

[論文]

# メレオトポロジーと単調性

齋藤 暢 人

- 〈目次〉
0. はじめに
  1. メレオロジーの単調性
  2. メレオトポロジーと単調性
  3. メレオトポロジーの諸概念
  4. 単調性の一般化
  5. 考察
  6. おわりに

## 0. はじめに

メレオロジーの基本述語は単調性に関して際立った特徴をもっているが、これはメレオトポロジーに固有の述語へと一般化可能である。この事実、関連する諸概念を統一的に扱う視座を提供するという意味において非常に興味深いものであるように思われる。こうした見通しの下に、本稿では、メレオトポロジーの諸概念の単調性について考察する。はじめに、議論の手掛かりとなる量化概念とメレオロジーにおける単調性について紹介し (1)、これがメレオトポロジーにも拡大されうることを確認する (2)。次に、メレオトポロジーにおける様々な概念を紹介し (3)、それらの単調性を確かめる (4)。そのうえで、最後に、単調性の重要性を確認する (5)。

## 1. メレオロジーの単調性

はじめに単調性 monotonicity に関する一般的な事項を確認しておこう。Gamut が「一般化された量子化子 generalized quantifier」を論じるなかで指摘した諸点が参考になる。<sup>(i)</sup> 自然言語は多種多様な量化の表現をもち、「all」「a」「no」「not all」などはその代表的なものである。これらの意味は集合論の諸概念で記述することができ、all N は  $X \subseteq N$  なる X, an N は  $X \cap N \neq \emptyset$  なる X のことであり、no N は an N の否定、not all N は all N の否定である。そして、これら四つの量化表現には共通の特徴がみられる。たとえば All S is P のとき、 $X \subseteq S$  であれば、All X is P が成り立ち、また、An S is P のとき、 $S \subseteq X$  であれば、An X is P が成り立つ。このような性質のことを単調性といい、図式化すれば次のようになる。ある述語 P について、その述語が単調であるとは、順序  $\subset$  とのあいだで次が成り立つことである。

$$x \subset y \wedge Px \rightarrow Py \quad (\text{上方単調性 upward monotonicity})$$

$x \subset y \wedge P_y \rightarrow P_x$  (下方単調性 downward monotonicity)

単調性にはそもそもこのような変種があるのだが、述語が多項述語である場合、単調性はさらに多くの変種を生じる。二項述語の場合、ある二項関係  $R_{xy}$  が単調であるとは、その述語と順序  $\subset$  のあいだに、以下のような関係が成り立つことである。

$x \subset y \wedge R_{yz} \rightarrow R_{xz}$  のとき、 $R$  は左下方単調 left downward monotonic である。

$y \subset x \wedge R_{yz} \rightarrow R_{xz}$  のとき、 $R$  は左上方単調 left upward monotonic である。

$R_{xy} \wedge y \subset z \rightarrow R_{xz}$  のとき、 $R$  は右上方単調 right upward monotonic である。

$R_{xy} \wedge z \subset y \rightarrow R_{xz}$  のとき、 $R$  は右下方単調 right downward monotonic である。

つまり関係の基項の位置によって変種が生じるわけである。これらについて、左を L、右を R、上方を U、下方を D で表すことにすると、便利な省略記法が得られる (表 1)。

【表 1 諸概念の略号】

LD	左下方単調
LU	左上方単調
RD	右下方単調
RU	右上方単調

たとえば All S is P は、先に述べたように  $X \subset S$  であれば、All X is P であるが、 $P \subset Y$  であれば、All S is Y である。つまり、左下方単調であり、かつ右上方単調であって、すなわち LD かつ RU である。その他の概念については、a/an は LU かつ RU、no は LD かつ RD、not all は LU かつ RD であり、結局、これらは単調性の変種の組み合わせの如何によって特徴づけることができるのである。

さて、以上が量化表現における単調性の概説であるが、本稿の趣旨からし

て肝要なのは、量化表現のこのような性質と同様の性質が古典的メレオロジー-Classical Mereology (CM), 古典的メレオトポロジー-Classical Mereotopology (CMT) の基本述語にもまた認められる, ということである。

集合ブール代数とメレオロジーの対応から, 明らかに, 包含関係を CM における部分関係とみなしてよい. したがって, Gamut が指摘した単調性の諸性質は, CM 述語にもあてはまる. 実際, CM 述語は以下の性質をもつ.

$$\begin{aligned} x < y \wedge y < z \wedge z < w &\rightarrow x < w && \text{(LD かつ RU)} \\ y < x \wedge y < > z \wedge z < w &\rightarrow x < > w && \text{(LU かつ RU)} \\ x < y \wedge y > < z \wedge w < z &\rightarrow x > < w && \text{(LD かつ RD)} \\ y < x \wedge y > z \wedge w < z &\rightarrow x > w && \text{(LU かつ RD)} \end{aligned}$$

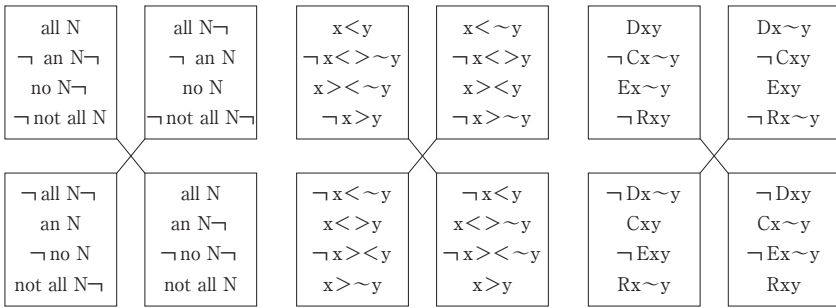
## 2. メレオトポロジーと単調性

さて, CMT の基本述語 D, C, E, R は, それぞれが CM 述語  $<$ ,  $< >$ ,  $>$ ,  $>$  と類似した性質をもっており, 対応関係にあると言える<sup>(ii)</sup>. 以下のよう  
に, CMT 述語は, CM 述語と同様の性質をもつ.

$$\begin{aligned} x < y \wedge Dy z \wedge z < w &\rightarrow Dxw && \text{(LD かつ RU)} \\ y < x \wedge Cy z \wedge z < w &\rightarrow Cxw && \text{(LU かつ RU)} \\ x < y \wedge Ey z \wedge w < z &\rightarrow Exw && \text{(LD かつ RD)} \\ y < x \wedge Ry z \wedge w < z &\rightarrow Rxw && \text{(LU かつ RD)} \end{aligned}$$

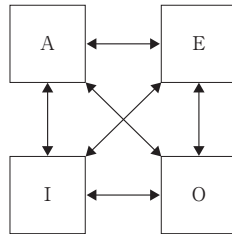
量子子も含めて, これらの概念は否定によって媒介されるある構造を共有している. それをすべて並べて図示すれば次の図 1 のようになる (図左の量化表現と否定の関係は正式なものではなく, それが埋め込まれる文脈を捨象した省略的表現である).

【図1 量化, CM, CMT】



こうしてみると、これらの概念が共有する論理的構造が一目瞭然であるう。この構造は、Gamut が指摘するように、アリストテレス的論理のいわゆる「対当の方形」に他ならない<sup>(iii)</sup>。その各項は、以下図2のように、否定という操作（写像）の像になっている（CM, CMT においては、名辞否定としての補元をも否定に数える）。

【図2 対当と各種の否定】



矢印はその操作を表しており、中心で交差するのは外的否定、水平なのは内的否定、垂直なのは双対（内的否定と外的否定の合成）を表す。また、A, I, E, O は、伝統的論理において用いられてきた文のタイプを示す略称であり、それぞれ全称肯定、特称肯定、全称否定、特称否定を表す。上掲の諸概念のあいだにもこれと同様の構造が現れていることはほぼ自明であろう。

### 3. メレオトポロジーの諸概念

かくして、CMにおいて認められる基本述語の単調性がCMTにおいても認められることがわかった。これは僅かではあるが前進であり、より一般的な結果である。これをさらに推し進めることでいかなる展望が開けるであろうか。

CMTはCMよりも概念的に豊かであり、先の対当の構造もより複雑になりうる。それは、アリストテレス的論理を包摂するアリストテレスの様相論理における対当、いわば様相對当とでも言うべきものなのであるが、詳細は別稿で論じたので結果のみ紹介しておく<sup>(iv)</sup>と、以下図3のようなものとなる。

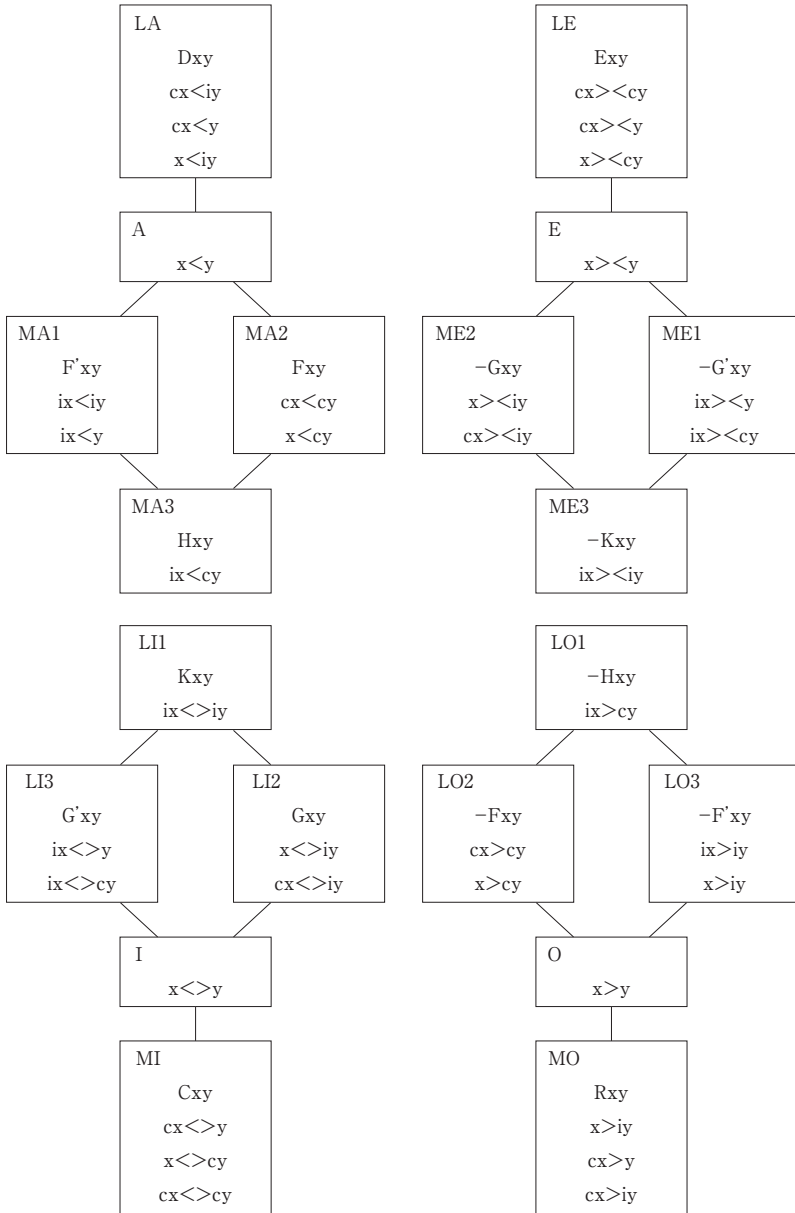
図中の記号は以下を表す(表2)。一部の命題は第一から第三に分割されているなど、さまざまな特徴があるが、そうした詳細については他の個所で述べたので省略する。

【表2 基本命題の略号】

LA	必然全称肯定	LE	必然全称否定
A	実然全称肯定	E	実然全称否定
MA1	第一可能全称肯定	ME1	第一可能全称否定
MA2	第二可能全称肯定	ME2	第二可能全称否定
MA3	第三可能全称肯定	ME3	第三可能全称否定
LI1	第一必然特称肯定	LO1	第一必然特称否定
LI2	第二必然特称肯定	LO2	第二必然特称否定
LI3	第三必然特称肯定	LO3	第三必然特称否定
I	実然特称肯定	O	実然特称否定
MI	可能特称肯定	MO	可能特称否定

問題は、この図に現れるCMTの派生述語である。D, C, E, R以外の述語は、どのような意味をもつのであろうか。図から明らかのように、それは以下のように定義できる。

【図3 一般化された対当 (様相對当)】



$$\begin{array}{lll}
F_{xy} : = x < cy & F'_{xy} : = ix < y & H_{xy} : = ix < cy \\
K_{xy} : = ix < > iy & G_{xy} : = x < > iy & G'_{xy} : = ix < > y \\
-G_{xy} : = x > < iy & -G'_{xy} : = ix > < y & -K_{xy} : = ix > < iy \\
-H_{xy} : = ix > cy & -F_{xy} : = x > cy & -F'_{xy} : = x > iy
\end{array}$$

CMT の述語の定義となるような文 (CM 述語と位相作用素からなる文) は、基本文と呼ぶことができる。それは、CM 述語をもつ単文で、二つの主語にたかだかひとつの位相作用素が付加されたものである。つまり、 $\alpha\tau_1\Phi\beta\tau_2$  というかたちをしており、 $\Phi$  とは CM 述語のいずれか、 $\alpha, \beta$  は位相作用素であり (ただし空でありうる)、 $\tau_1, \tau_2$  は項である。位相作用素の数がたかだかひとつで、重複がないのは、公理により解消されるからである。それゆえ基本文は36種類しかない。ただしこれらのなかにはやはり公理によって同値な文が含まれる。

#### 4. 単調性の一般化

さて、CM の範囲内であれば、順序はくのひとつだけである。それゆえ単調性もごく単純なものでしかない。だが、CMT になると、少なくとも D, F, F' という述語があり、これらはすべて順序の性質をもつ。というのも、基本文のなかで順序の性質をもつものは、実は  $cx < iy, cx < y, x < iy, cx < cy, x < cy, ix < iy, ix < y, x < y$  の8種類であり、しかもこれらのあるものは公理によって同値でありうるので、結局、D, F, F' のCMT 述語に集約されるのである。

では、これらに関する単調性はどうなるであろうか。これが本稿の最も重要な問題である。たとえば  $D_{xy} \wedge D_{yz} \rightarrow D_{xz}$  という、D の推移性として知られる事実も、単調性に注目するならば、多くの類似した事実の一事例に過ぎないことが分かる。こうした場合を組織的に考察して全容を明らかにすることは、いくらか興味を引く問題ではないであろうか。



いま、述語の性質を調べるには、先に CM, CMT の定理として挙げたような文の妥当性を考えると便利である。つまり、次のような文である。

$$\square \wedge R \wedge \square \rightarrow R$$

この図式は文を一般化したものである。前件の第一連言肢を左条件、第三連言肢を右条件と呼ぶことにすると、左条件は、述語 R が左単調性をもつための条件でありうるし、右条件は R が右単調性をもつための条件でありうる。いま知りたいのは、R が何らかの CMT 述語であるとき、左条件、右条件としていかなる順序をとることができるのか、である。CM 述語 < が単調性のための条件となることはすでに判明しているが、それ以外の述語 D, F, F' に関して、単調性は成り立つであろうか。

考察の結果は表によって示すことにしたい。漫然と式を記述するとスペースをとりすぎるので、省略的な表記を採用するためである。その一部をいま図 4 で例示し表の読み方を説明しよう (p. 41 につづく)。

ある順序を左連言肢とし、Dyz を右連言肢とした連言から Dxz が帰結し、また、Dyz を左連言肢とし、ある順序を右連言肢とした連言から Dyw が帰結する。D は、前者より、左下方単調であり、後者より、右上方単調である。

【図 4 表の読み方】

		Dyz		
D	cx<iy	cy<iz	cz<iw	D
D	cx<y		cz<w	D
F	cx<cy		z<iw	D
D	x<iy		z<w	<
<	x<y		iz<iw	F'
F	x<cy		iz<w	F'

①
②

⑤
③
④
⑥

【表3 メレオトポロジー的述語的分析】

		Dyz					Eyz		
D	cx<iy	cy<iz	cz<iw	D	D	cx<iy	cy><cz	cw<iz	D
D	cx<y		cz<w	D	D	cx<y		cw<z	D
F	cx<cy		z<iw	D	F	cx<cy		cw<cz	F
D	x<iy		z<w	<	D	x<iy		w<iz	D
<	x<y		iz<iw	F'	<	x<y		w<z	<
F	x<cy		iz<w	F'	F	x<cy		w<cz	F
D	cx<iy	y<iz	cz<iw	D	D	cx<iy	y><cz	cw<iz	D
D	cx<y		cz<w	D	D	cx<y		cw<z	D
F	cx<cy		z<iw	D	F	cx<cy		cw<cz	F
D	x<iy		z<w	<	D	x<iy		w<iz	D
<	x<y		iz<iw	F'	<	x<y		w<z	<
F	x<cy		iz<w	F'	F	x<cy		w<cz	F
D	cx<iy	cy<z	cz<iw	D	D	cx<iy	cy><z	cw<iz	D
D	cx<y		cz<w	D	D	cx<y		cw<z	D
F	cx<cy		z<iw	D	F	cx<cy		cw<cz	F
D	x<iy		z<w	<	D	x<iy		w<iz	D
<	x<y		iz<iw	F'	<	x<y		w<z	<
F	x<cy		iz<w	F'	F	x<cy		w<cz	F
		F'yz					-G'yz		
D	cx<iy	iy<iz	cz<iw	D	D	cx<iy	iy><cz	cw<iz	D
D	cx<y		cz<w	D	D	cx<y		cw<z	D
D	x<iy		z<iw	D	D	x<iy		cw<cz	F
<	x<y		z<w	<	<	x<y		w<iz	D
F'	ix<iy		iz<iw	F'	F'	ix<iy		w<z	<
F'	ix<y		iz<w	F'	F'	ix<y		w<cz	F
D	cx<iy	iy<z	cz<iw	D	D	cx<iy	iy><z	cw<iz	D
D	cx<y		cz<w	D	D	cx<y		cw<z	D
D	x<iy		cz<cw	D	D	x<iy		cw<cz	F
<	x<y		z<iw	<	<	x<y		w<iz	D
F'	ix<iy		z<w	F'	F'	ix<iy		w<z	<
F'	ix<y		z<cw	F'	F'	ix<y		w<cz	F

		Fyz		
D	cx<iy	cy<cz	cz<iw	D
D	cx<y		cz<w	D
F	cx<cy		cz<cw	F
D	x<iy		z<iw	D
<	x<y		z<w	<
F	x<cy		z<cw	F
D	cx<iy	y<cz	cz<iw	D
D	cx<y		cz<w	D
F	cx<cy		cz<cw	F
D	x<iy		z<iw	D
<	x<y		z<w	<
F	x<cy		z<cw	F

		-Gyz		
D	cx<iy	cy><iz	cw<iz	D
D	cx<y		cw<z	D
F	cx<cy		w<iz	D
D	x<iy		w<z	<
<	x<y		iw<iz	F'
F	x<cy		iw<z	F'
D	cx<iy	y><iz	cw<iz	D
D	cx<y		cw<z	D
F	cx<cy		w<iz	D
D	x<iy		w<z	<
<	x<y		iw<iz	F'
F	x<cy		iw<z	F'

		Hyz		
D	cx<iy	iy<cz	cz<iw	D
D	cx<y		cz<w	D
D	x<iy		cz<cw	F
<	x<y		z<iw	D
F'	ix<iy		z<w	<
F'	ix<y		z<cw	F

		-Kyz		
D	cx<iy	iy><iz	cw<iz	D
D	cx<y		cw<z	D
D	x<iy		w<iz	D
<	x<y		w<z	<
F'	ix<iy		iw<iz	F'
F'	ix<y		iw<z	F'

		Kyz		
D	cy<ix	iy<>iz	cz<iw	D
D	cy<x		cz<w	D
D	y<ix		z<iw	D
<	y<x		z<w	<
F'	iy<ix		iz<iw	F'
F'	iy<x		iz<w	F'

		-Hyz		
D	cy<ix	iy>cz	cw<iz	D
D	cy<x		cw<z	D
D	y<ix		cw<cz	F
<	y<x		w<iz	D
F'	iy<ix		w<z	<
F'	iy<x		w<cz	F

		Gyz		
D	cy<ix	cy<> iz	cz<iw	D
D	cy<x		cz<w	D
F	cy<cx		z<iw	D
D	y<ix		z<w	<
<	y<x		iz<iw	F'
F	y<cx		iz<w	F'
D	cy<ix	y<> iz	cz<iw	D
D	cy<x		cz<w	D
F	cy<cx		z<iw	D
D	y<ix		z<w	<
<	y<x		iz<iw	F'
F	y<cx		iz<w	F'

		-Fyz		
D	cy<ix	cy> cz	cw<iz	D
D	cy<x		cw<z	D
F	cy<cx		cw<cz	F
D	y<ix		w<iz	D
<	y<x		w<z	<
F	y<cx		w<cz	F
D	cy<ix	y> cz	cw<iz	D
D	cy<x		cw<z	D
F	cy<cx		cw<cz	F
D	y<ix		w<iz	D
<	y<x		w<z	<
F	y<cx		w<cz	F

		G'yz		
D	cy<ix	iy<> cz	cz<iw	D
D	cy<x		cz<w	D
D	y<ix		cz<cw	F
<	y<x		z<iw	D
F'	iy<ix		z<w	<
F'	iy<x		z<cw	F
D	cy<ix	iy<> z	cz<iw	D
D	cy<x		cz<w	D
D	y<ix		cz<cw	F
<	y<x		z<iw	D
F'	iy<ix		z<w	<
F'	iy<x		z<cw	F

		-F'yz		
D	cy<ix	iy> iz	cw<iz	D
D	cy<x		cw<z	D
D	y<ix		w<iz	D
<	y<x		w<z	<
F'	iy<ix		iw<iz	F'
F'	iy<x		iw<z	F'
D	cy<ix	iy> z	cw<iz	D
D	cy<x		cw<z	D
D	y<ix		w<iz	D
<	y<x		w<z	<
F'	iy<ix		iw<iz	F'
F'	iy<x		iw<z	F'

		Cyz					Ryz			
D	cy<ix	cy<> cz	cz<iw	D	D	cy> iz	cw<iz	D		
D	cy<x				D				cy<x	D
F	cy<cx				F				cy<cx	F
D	y<ix				D				y<ix	D
<	y<x				<				y<x	<
F	y<cx				F				y<cx	F
D	cy<ix	y<> cz	cz<iw	D	D	y> iz	cw<iz	D		
D	cy<x				D				cy<x	D
F	cy<cx				F				cy<cx	F
D	y<ix				D				y<ix	D
<	y<x				<				y<x	<
F	y<cx				F				y<cx	F
D	cy<ix	cy<> z	cz<iw	D	D	cy> z	cw<iz	D		
D	cy<x				D				cy<x	D
F	cy<cx				F				cy<cx	F
D	y<ix				D				y<ix	D
<	y<x				<				y<x	<
F	y<cx				F				y<cx	F

(p. 37からつづく) 表においては、帰結は省略される。①は単調性について調べたい文である。②は、その位相作用素による表現である。③④は左条件、右条件である。②と③の連言から左下方単調性が帰結し、②と④の連言から右上方単調性が帰結する。⑤⑥は、それぞれ③④をCMT述語によって翻訳したものの略記である。これにより、Dは、Fに関して左下方単調であること、およびF'に関して右上方単調であることなどがわかる。

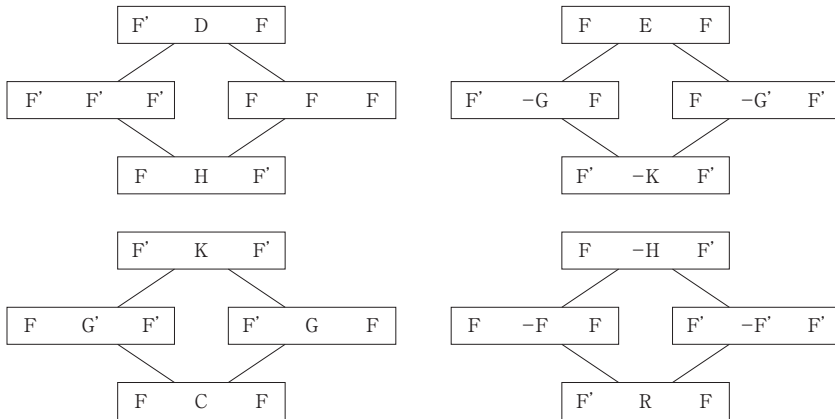
## 5. 考察

以上の結果から、CMからCMTへと範囲を拡大し、その派生述語を考慮に入れると、それらが単調性をもつばかりでなく、単調性の条件ともなりうることがわかった。

とくに、FとF'に関する単調性は、注目に値するように思われる。各種CMT述語とこれらの結合の結果は、次のように図式的に整理できる。中央部の述語に何らかの順序を条件として左右から付加したときに、その帰結が

再びもとの述語と同一であるのは次のような場合である (図5)。これは、述語が単調であるための条件を表していると解釈することもできよう。FとF'はこのような、対当の位相構造あるいは様相對当に特有の構造を提示する。<sup>(v)</sup>

【図5 各述語と述語F, F' の関係】



ここから、以前から予想していた、FおよびF' という述語の特殊性がわかる。メレオロジーの述語はくの単調性によって特徴づけることができたが、メレオトポロジーの述語はF, F' の単調性によって特徴づけることができる。つまり、この結果をもとに、次の表4のように、各CMT 述語の特徴を分析することもできるのである。

以上より、F, F' に関する単調性は、CMTにおけるさまざまな概念の差異を検知する手段でありうると言える。

## 6. おわりに

CM, CMT における諸概念がアリストテレス的論理、アリストテレスの様相論理と深く関連することは以前から指摘しておいた。今回の考察は、量

【表4 諸述語の特徴】

	Fに関して				F'に関して			
	LU	LD	RU	RD	LU	LD	RU	RD
D			○			○		
F		○	○					
F'						○	○	
H		○					○	
K					○		○	
G			○		○			
G'	○						○	
C	○		○					
E		○		○				
-G				○		○		
-G'		○						○
-K						○		○
-H	○							○
-F	○			○				
-F'					○			○
R				○	○			

化表現を単調性によって整理するという先行研究の視点をここに導入し、以前の結果をさらに深めたものといえる。その結果、CMT 述語のもつ機能の一端を新たに解明することができた。これは以前に行った様相対当の論理的分析をさらに進展させたものであると言えよう。今回の結果をもとにさらに考えをすすめてゆきたい。

## 文献

[邦語]

- 齋藤暢人, 2017, 「メレオトポロジーの基本概念の様相メレオロジー的分析」『中央学院大学人間・自然論叢』44, 127-142
- , 2018, 「メレオトポロジーにおけるメレオロジーと様相の混合」『中央学院大学人間・自然論叢』46, 23-40
- , 2019a, 「アリストテレスの様相論理のメレオトポロジー的再構築」『中央学院大学現代教養論叢』1, 1-20

——, 2019b, 「様相対当について」『中央学院大学人間・自然論叢』47, 33-46

[非邦語]

Gamut, L. T. F., 1991, *Logic, Language, and Meaning: Volume 2, Intensional Logic and Logical Grammar*, Chicago: The University of Chicago Press

[注]

- (i) 以下, Gamut (1991: 223ff.) の記述を参考にしたが, 必ずしも忠実に紹介したわけではなく, 適宜改めた.
- (ii) 内的部分関係は IP によって記号化されることが多いが, 本稿ではこれまでの研究との整合性のために D を用いる. Cf. 齋藤 (2019b)
- (iii) Gamut (1991: p.238), 齋藤 (2017)
- (iv) Cf. 齋藤 (2019a, 2019b)
- (v) 詳しくは齋藤 (2018) を参照されたい.