防衛投資と最適成長のための資本蓄積と公共政策

山　口　顕　秀

１．はじめに

我が国はじめ各国の国民経済計算（SNA）は新しい基準である2008SNAへの対応を予定している。2008SNA では従来の1993SNA と比較して多くの変更事項がみられるが、非金融（実物）資産の範囲の拡張等に伴い「兵器システム支出の資本化」が勧告事項に含まれている。1993SNA では軍支出のうち、非軍事目的の生産に使用可能なものだけを固定資本形成として扱い、兵器や輸送機器、装置のうち、発射ないし兵器を配備することが唯一の目的であるものについては一般政府の中間投入とされてきた。

これに対して、2008SNA では戦車、軍艦等の軍事兵器システムは、たとえ平和時の使用が抑止の提供だとしても、継続して防衛サービスの生産で使用されるため、固定資産として分類され、固定資本形成として扱い、ミサイル・ロケット・爆弾等の１回限り使用されるアイテムは在庫品増加として扱われる。これにより従来は政府最終消費支出であったものから公

的固定資本形成ないし公的在庫品増加に振り返られるため、この基準変更は一般政府の固定資本減耗の計上を通じて政府最終消費支出を押し上げ、GDP の増加要因となると考えられる。

本稿では新古典派経済成長理論を、既存資本ストックに対する防衛力強化のための支出を伴うマクロ経済に応用する。ソロー＝スワン・モデルに基づくラムゼイ＝キャス＝クープマンス・モデルを基本モデルとする。有限計画期間（一部に無限計画期間も含む）の下での考察が中心に、計画主体は、マクロ経済における民間経済主体、政府である。以下では、分析の明確化のためにモデルや想定を単純化し、紛争による資本への損害にのみ考察し、人的被害を考慮しない。また、第一に、紛争は類似の規模と地域で繰り返すこと、第二に、その発生がある程度周期性をもつと仮定する。紛争の想定される規模や周期の長さは所与でかつ既知の値であると考える。有限計画期間は、この周期内で設定される。単純化すると 1 周期そのものと想定され、その計画の初期点では以前に発生した復興が完了しているものと前提する。

2．モデルの準備

典型的な新古典派経済成長理論として、ソロー＝スワン・モデルがある。新古典派マクロ経済成長モデルを構築し、紛争被害に関する事前的な過程での動学的考察が行う。

マクロ経済分析では、その地理上の範囲内で主な変数も定義されるため当該変数のデータも同様に計測される。ゆえに以下の分析では、普通の地域を想定し当該地域のマクロ経済を「その域内」で考える。当該域内で主な変数を考える。域内労働力 N と、域内資本ストック量 K の比を資本労働比率 $k \equiv K/N$ で表し、実質「域内総生産」を与える域内の集計的新古典派生産関数を F とし、その域内労働力 1 単位あたり域内産出量の水準を $F/N = F(K/N, 1)$ または $f(k)\,(\equiv F/N)$ で表す。

標準的なソロー＝スワン・モデルが、資本減耗が資本ストック K の正の一定率で与えられる単純な場合を想定して、次のような動学方程式で与えられる。

$$\Delta k = sf(k) - \delta_D - (\nu_N + \nu_L + \delta_R)k \qquad (1)$$

ここで ν_N、ν_L、δ_R は正の値で一定

$\delta_D \geqq 0$、$1 \geqq s \geqq 0$、$\delta_D \geqq 0$

時間微分を $\Delta k \equiv dk/dt$ で表す。f(k) が基づく、域内の集計的生産関数 F(K, N) には「規模に関して収穫一定」の性質（＝１次同次性）と $df/dk > 0$ および $d^2f/dk^2 < 0$ が仮定されている。また、完全雇用、資本の完全利用、中立的技術進歩を想定し、労働力の効率単位自体の時間成長率を ν_L として、効率単位労働力の成長率 ν は、自然成長率 ν_N と ν_L との和 $\nu_N + \nu_L$ に等しく、十分に小さい外生的な値で与えられている。δ_R は K に対して一定の資本減耗率とする。s は貯蓄率である。δ_D は、防衛力未強化の資本ストックに対しての支出（必要な租税措置も含む）を表す新しいフロー量であり、通常正の値をとると考える。δ_D 自体は、物理的なものであるにもかかわらず、経済的には一種の投資と解釈でき「防衛力未強化状態の既存資本ストックへの労働力１単位当たりの実質防衛力強化するための支出」を意味している。δ_D は、資本ストックの防衛力を強化する効果があるものと想定されているが、他方、その生産性や生産能力に全く影響しないものと想定する。

上の(1)では、$\delta_D \geqq 0$ のため均斉成長の動学的均衡の存在性や一意性と安定性の問題について、ソロー＝スワン・モデルよりもやや複雑になる。また、貯蓄率を所与の $s > 0$ としなければ、次のように「黄金律」についての分析ができる。

$$\text{Maximaze } u(\mathrm{c}) \tag{2}$$
$$\text{s.t.} \quad \Delta \mathrm{k} = \mathrm{sf(k)} - \delta_D - (\nu_N + \nu_L + \delta_R)\mathrm{k},$$
$$\Delta \mathrm{k} = 0, \text{ and } c = (1-\mathrm{s})\mathrm{f(k)}$$

この u は社会的厚生水準を表し、代表的な消費者の効用水準で与えられるものと仮定する。$\mathrm{d}u/\mathrm{d}c>0$、$\mathrm{d}^2u/\mathrm{d}c^2<0$ である。その c は効率単位の労働力１単位あたりの消費水準を表示し、代表的消費者の効用水準 u が関連付けられている。(1)式の均衡点が存在する場合、その均衡成長条件 $\Delta\mathrm{k}=0$ は $\mathrm{f(k)}-c-\delta_\mathrm{D}-(\nu_\mathrm{N}+\nu_\mathrm{L}+\delta_\mathrm{R})\mathrm{k}=0$ なので、この場合の社会的厚生最大化につながる消費を最大にする黄金律は、δ_D を所与の一定値とすれば、次のように、新古典派生産関数の下で一義的に決まる。

$$\frac{\mathrm{df}}{\mathrm{dk}} = \nu_N + \nu_L + \delta_R \tag{3}$$
$$\frac{\mathrm{d^2f}}{\mathrm{dk^2}} < 0$$

この(3)では、δ_D は正の一定値と想定されるが、ここで、δ_D が一定でなく、k に依存する何らかの関数で決定される従属変数であると想定するのであれば、微分係数 $\mathrm{d}\delta_\mathrm{D}/\mathrm{dk}$ および $\mathrm{d}^2\delta_\mathrm{D}/\mathrm{dk}^2$ を考慮して、その黄金律条件(3)は、次のように変更される。２階の条件は、δ_D の２階の微分係数を含む形に変更される。

$$\frac{\mathrm{df}}{\mathrm{dk}} = \frac{\mathrm{d}\delta_D}{\mathrm{dk}} + \nu_N + \nu_L + \delta_R \tag{4}$$
$$\frac{\mathrm{d^2f}}{\mathrm{dk^2}} - \frac{\mathrm{d}^2\delta_D}{\mathrm{dk^2}} < 0$$

この２階の条件は、基本的に追加的な仮定がなければ充たされるかどうかは明確ではないが、新古典派条件 $\mathrm{d^2f/dk^2}<0$ とともに、追加的に $\mathrm{d}^2\delta_D/\mathrm{dk}^2>0$ が仮定されれば充たされる。特に、次のような条件が成立するならば、この場合の黄金律条件(4)は明らかに充たされる。

$$\frac{d\delta_D}{dk} > 0$$
$$\lim_{k\to 0}\left\{\frac{d\delta_D}{dk}\right\} = 0 \tag{5}$$
$$\frac{d^2\delta_D}{dk^2} > 0$$

この条件(5)の経済的意味は、以下の通り解釈もできる。$d\delta_D/dk > 0$ とは、k の増大に従って労働力１単位当たりでの「防衛力強化支出の平均負担率」δ_D も単調に増加するということを意味している。これは、実物資産が増大すると、紛争被害の危険性から将来における経済的損害増大のリスクを軽減し、より多くの財産を保護しようとする傾向を表現している。こうした性質は、人々の日常的な性質としての危険回避的行動を反映するものであれば、現実の観点から妥当といえよう。

また、$d^2\delta_D/dk^2 > 0$ とは、k の増大に従って労働力１単位当たりでの「防衛力強化支出の平均負担率」δ_D も一層増加し、この増加の度合いを強めるということを意味している。このことは、実物資産が増大すると紛争被害の危険性から将来におけるその経済的損害増大のリスクをますます軽減し、さらにより多くの財産の保護の度合いを強めようとする傾向を表現している。こうした性質は、人々の日常的な性質としての強い危険回避的行動の結果と解釈すれば、実際の経済の観点からある程度妥当性があると考えられる。

３．成長と防衛資本の蓄積

以下の考察で展開される資本蓄積の紛争被害の事前計画についての動学的最適化の準備として、基本的な定式化と主な必要条件を導出する。また、事実上紛争被害が発生しない、極めて特殊な場合や、紛争被害の事前過程での動学的最適化問題が提示される。ここでは、ラムゼイ＝キャス＝クープマンス・モデルの基本的な分析手法を、上のソロー＝スワンの拡張

モデル(1)のケースに適用する。当該の動学的最適化問題は、次のような新古典派経済成長問題として記述される。

$$\text{Maximize} \int_0^{\mathrm{T}} u(\mathrm{c})e^{-rt}dt \tag{6}$$

$$\mathrm{r} = \mathrm{const.} > 0,\ \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}c} > 0,\ \frac{\mathrm{d}^2 u}{\mathrm{d}c^2} < 0$$

$$\text{s.t.}\quad \Delta\mathrm{k} = \mathrm{sf(k)} - \delta_D - (\nu_N + \nu_L + \delta_R)\mathrm{k},$$

$$c = (1-\mathrm{s})\mathrm{f(k)},\ \mathrm{k}_0 = \mathrm{const.} > 0.$$

e は自然対数の底を表し、r は社会的効用の時間割引率を意味する。また、k_0 は資本労働比率の初期状態を表す。こうした新古典派最適成長問題(6)の動学的最適化条件は、「防衛力強化のための支出の平均負担率」δ_{D} が可変的である場合（関数 $\delta_{\mathrm{D}}(\mathrm{k})$ で表す）には、次のオイラー方程式が導出される。ただし、次の u' や u'' は微分係数、$\mathrm{d}u/\mathrm{d}c>0$ および $\mathrm{d}^2u/\mathrm{d}c^2<0$ を表し、また $\Delta c \equiv \mathrm{d}c/\mathrm{dt}$ である。

$$\Delta c = -\left(\frac{u'}{u''}\right)\left\{\frac{\mathrm{df}}{\mathrm{dk}} - \mathrm{r} - \frac{\mathrm{d}\delta_D}{\mathrm{dk}} - (\nu_N + \nu_{\mathrm{L}} + \delta_R)\right\} \tag{7}$$

$$\text{and } \Delta\mathrm{k} = \mathrm{sf(k)} - \delta_D - (\nu_N + \nu_L + \delta_R)\mathrm{k},$$

$$\text{with r and } \mathrm{k}_0 \text{ being const.} > 0.$$

$$\text{横断性条件}\quad \lim_{T\to\infty}\{u'e^{-rT}\,\mathrm{k}\} = 0 \tag{8}$$

ここで、現在価値表示の随伴変数を λ とすると、この動学的最適化では、$u'=\lambda$ だけでなく、横断性条件も必要である。この条件は、$\lim_{t\to\infty}\{\lambda e^{-rt}\mathrm{k}\} = \lim_{t\to\infty}\{u'e^{-rt}\mathrm{k}\} = 0$ である。この動学的体系が均衡を持てば、鞍点均衡へと到る一義的な最適解（軌道）を与える。また、(7)の動学的均衡条件は、次のような「修正黄金律」になる（位相図では対応する k を k_{mg} とおく）。

$$\frac{\mathrm{df}}{\mathrm{dk}} = r + \frac{\mathrm{d}\delta_D}{\mathrm{dk}} + (\nu_N + \nu_L + \delta_R) \tag{9}$$

ここで、もしも $\mathrm{d}\delta_{\mathrm{D}}/\mathrm{dk}>0$ ならば、この動学的均衡点が存在する可能

性は高く、微分係数の条件を変えれば存在は確定できる。他方、δ_D が正のパラメータと仮定されるならば、明らかに、(7)と修正黄金律の条件式(9)の右辺は $d\delta_D/dk$ だけを含まないように単純な形に変更される。

(3. 1)　動学的最適化問題(6)の最適解となる候補の経路は、動学体系(7)で決定される。(7)の動学的均衡点は(5)を仮定すれば一義的に存在し、鞍点均衡への到達軌道は初期条件について単調かつ一義的に存在する。その鞍点均衡点 (k^*, c^*) について、$\Delta(k^*, c^*)/\Delta(r, \nu_N, \nu_L, \delta_R)<0$ となる比較静学結果が得られる。■（位相図 1 を参照）

(3. 2)　動学的最適化問題(6)で、δ_D が一定で $\delta_D>0$ の場合には、$d\delta_D/dk=0$ で(7)を修正し(3. 1)が成立する。その比較静学効果は $\Delta(k^*, c^*)/\Delta\delta_D\leqq 0$ となる。このとき、当該ハミルトニアンは凹なので十分条件も成立する。■（位相図 1 を参照）

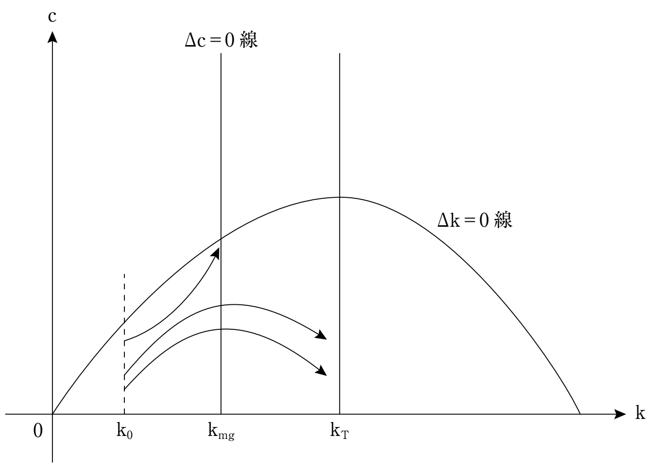
(3. 3)　動学的最適化問題(6)で、$T=\infty$ の場合には、(3. 1)および(3. 2)が成立し、その最適解候補の鞍点経路は、当該問題の最適経路である。このとき(8)の横断性条件 $\lim_{t\to\infty}\{u'e^{-rt}k\}=0$ は充たされ、当該ハミルトニアンの凹性から十分条件も成立する。■（位相図 1 を参照）

上の最適化問題(6)の定式化を、(3. 2)の無限計画とは異なり、有限計画期間 $T<\infty$ を想定して終端 $k(T)=k_T$（＝正の一定値）を伴う有限計画問題に設定すると、動学的最適化条件(7)は同じであるが、(8)の無限計画期間の横断性条件は適用されない。つまり k が、k_0 および k_T という境界条件を充たさなければならない。新古典派の分析と同様に、適当な T と k_T については、横断性条件を除く動学的最適化条件(7)が与える一義的な最適経路が存在可能である。同様に適当な T と k_T については、当該の一義的な最適経路が存在するならば、下記の位相図のように単純な弓形のタ

ーンパイクと同様な比較動学的結果が得られる。

(3.4)　動学的最適化問題(6)で、T（＝正の一定値）かつ k(T)＝k_T（＝正の一定値）になる固定端の場合には、(3.1)と(3.2)の主張が成立し、その鞍点軌道以外で固定端条件を充たす最適解の候補となる経路が存在するならば、これは当該問題の一義的な最適経路である。当該ハミルトニアンが凹なので十分条件も充たされる。こうした最適経路は、k_0 に対する T と k_T の値の組合せ（境界条件）の適当な範囲内であれば、十分に存在する。こうした最適経路がその範囲の内部で存在する場合には、微小の外生的変位 $\Delta T>0$ や $\Delta k_T<0$ に対して、最適経路の軌道は鞍点軌道へ近い方に偏倚する。$\Delta T<0$ や $\Delta k_T>0$ の場合には逆に遠ざかる方に偏倚する。■（位相図 1 を参照）

紛争被害の発生前の経済現象に注目して、最適な動学的資本蓄積を分析すれば、(7)での無限期間計画の場合、紛争被害発生までに無限期間の存在を想定していることになるが、これは実質的に紛争被害が発生しないと



位相図 1

想定することと同じである。よって、上記の紛争発生の周期性に関する理解に従い、紛争被害の発生前の期間についての有限期間計画（$T<\infty$）の問題設定で、当該経済における資本蓄積または経済成長の動学的最適化に関する考察を展開する。T は紛争発生可能性が認められる時刻の範囲で、最も早い時刻に設定されるものと想定される。

上記で触れたように、T という時間の長さは、紛争発生の周期に等しいものと考え、当該経済が直面する紛争の規模や破壊力、当該周期は、それぞれ、正のパラメータであるものと想定する。

そのため、(3.4)の微小の外生的変位 $\Delta T>0$ は、当該の紛争周期が長くなれば、より周期の長い将来の紛争に直面している経済では、鞍点軌道への最適軌道の偏倚が一層強くなることを意味している。このような性質は、モデルを若干変更しても同様に得られる可能性がある。(3.4)の微小の外生的変位 $\Delta T<0$、T が短い経済では、最適解経路が計画期間上で一様に低い c の水準を、したがって計画期間全体では、割引現在評価の社会的効用積分または社会厚生ストックのより低い水準を当該経済に強いることになる。このことは、紛争頻度の高い経済では、リスクや不安のために消費水準が抑圧されることが示唆される。

4．考　察

前節では、後半で固定端の新古典派経済成長モデル分析を展開したが、固定端の想定は、中間目標などを設定して実際的に防衛資本整備計画を実行する場合にある程度有用かもしれないが、その目標値として k_T＝一定の水準をどう設定するかという問題が残る。

そこで、この問題点を解消するため、防衛資本整備の側面をより強く取り入れた形にモデルや想定の一部を拡張し、より一般的な定式化をする。モデルを拡張するに当たり、フロー・ベースの評価にストック評価を加えた総合評価の形に動学的最適化問題(6)の目的関数を改める。

$$\text{Maximize}\int_0^{\mathrm{T}} u(c)e^{-rt}dt+\Theta(\widetilde{\mathrm{k}_T}) \tag{10}$$

$$\Theta(\widetilde{\mathrm{k}_T})\geq 0,\ \frac{\mathrm{d}\Theta}{\mathrm{d}\widetilde{\mathrm{k}_T}}>0$$

ここで、Θ は、終端での状態変数についての現在評価であり、防衛努力を考慮した資本蓄積の結果のストック評価である。$\widetilde{\mathrm{k}_T}$ は、想定した紛争に対応可能な防衛力整備に関する終端労働力 1 単位あたり終端資本ストック量を表し、$\widetilde{\mathrm{k}_T}=\dfrac{\widetilde{K_T}}{L_T}$ である。つまり、計画期間の終端での現存資本ストック量 $\mathrm{K_T}$ の内で、計画後発生が想定される紛争被害後に破損や損壊せずに残存すると技術的に見込まれる資本ストック量 $\widetilde{K_T}$ の終端現存労働力量 $\mathrm{L_T}$ に対する比である。こうした「想定される紛争に対して防衛努力が可能な終端資本ストック量」$\widetilde{K_T}$ は、「防衛力強化済」の資本ストック量 $\mathrm{K_{+D}(T)}$ と、投資の後に「防衛力強化が実施されていない」普通の資本ストックでも、使用状況や設置の仕方などについて経験的な基準から判断して事後的に破壊を免れると見込まれる資本ストックの量 $\mathrm{K_{-D}(T)}$ とからなる。現実的に紛争被害に耐えられるか否かは立地や設備の強度などに依存するから、ここでは詳細には触れず適当な条件の存在を想定し、より現実的な傾向をモデルで反映させるために $\mathrm{K_{-D}(T)}$ を導入する。つまり、$\widetilde{K_T}=\mathrm{K_{+D}(T)}+\mathrm{K_{-D}(T)}$ である。

$$\widetilde{\mathrm{k}_T}=\frac{\widetilde{K_T}}{L_T}=\frac{K_{+\mathrm{D}}(T)}{L_T}+\frac{K_{-\mathrm{D}}(T)}{L_T} \tag{11}$$

この式は、現在の計画後に直面すると想定されている紛争、すなわち、当該の計画期間以後に近接発生が前提されている次の紛争について定式化されており、当該の紛争に対して所定の予測がすでに存在すると想定されている。この既知の予測からパラメータとして得られる被害規模に対し、防衛可能な状態に強化した資本ストック量が $\mathrm{K_{+D}(T)}$ である。それゆえ、当該の「防衛力強化済み資本ストック量」$\mathrm{K_{+D}(T)}$ は経常的に各期で支出

される δ_D に依存して得られると考えられるから、単純化して、次のような仮定を導入する。

$$\Delta K_{+D}=s_D \cdot \delta_D \cdot L_T \tag{12}$$
$$s_D=\text{const.}>0.$$

ここで、s_D は「資本の防衛力強化率」であり、各期での防衛支出 $\delta_D L_T$ が既存の資本ストックの内で防衛力強化可能な資本のフロー量の比率を表し、(12)では s_D の値が正のパラメータとして与えられる。これらから、$K_{+D}(T)$ は想定の紛争が発生した後に全く破壊が生じないものと想定している。他方、$K_{-D}(T)$ については、防衛力未強化資本の内で経験的に既知の統計的比率 θ_{-D} の資本ストック量が、想定の紛争発生後に破壊で喪失するものと想定して、この破壊率 θ_{-D} が正のパラメータであると仮定する。式は次のようになる。

$$K_{-D}(T)=(1-\theta_{-D})\{K_T-K_{+D}(T)\} \tag{13}$$
$$\theta_{-D}=\text{const. and}\in[0,1]$$

(4. 1)　上の(10)、(11)、(12)、(13)等から、

$$\widetilde{k_T}=\frac{\widetilde{K_T}}{L_T}=\frac{K_{+D}(T)}{L_T}+\frac{K_{-D}(T)}{L_T}=\frac{\theta_{-D}\left\{\int_0^T s_D\delta_D L_T dt\right\}}{L_T}+(1-\theta_{-D})k_T$$

であり、次のようになる。

$$\widetilde{k_T}=\frac{\theta_{-D}s_D\delta_D\left(1-\frac{1}{e^{\nu T}}\right)}{\nu}+(1-\theta_{-D})k_T$$

ここで $\nu=\nu_N+\nu_L$ であり、また、$\Delta k_T/\Delta(\theta_{-D}, s_D, \delta_D, \nu, T, k_T)=(-\text{ or }0,\ +,\ +,\ ?,\ +,+)$ である。

想定される紛争の１周期の長さを有限計画期間とする当該の動学的最適化問題は自由端問題として次のように設定できる。

$$\text{Maximize}\int_0^{\mathrm{T}} u(c)e^{-rt}dt+\Theta(\widetilde{\mathrm{k}_T}) \tag{14}$$

$$\widetilde{\mathrm{k}_T}=\frac{\widetilde{K_T}}{L_T}=\frac{K_{+D}(T)}{L_T}+\frac{K_{-D}(T)}{L_T}$$

$$\text{with (11), (12), (13), r}=\text{const.}>0,\ \text{du/dc}>0,\ \text{d}^2\text{u/dc}^2<0$$

$$\text{s.t}\quad \Delta\mathrm{k}=\mathrm{sf(k)}-\delta_D-(\nu_N+\nu_L+\delta_R)\mathrm{k}$$

$$c=(1-\mathrm{s})\mathrm{f(k)}$$

$$\mathrm{k}_0=\text{const.}>0.$$

(14)の必要条件で、最適解の候補となる経路は、前節の問題(6)と結果的に全く同じように得られる。このことは、状態方程式が同一であることや、目的関数も部分的に異なるだけで両者の問題設定が基本的に似ているということからもわかる。(7)は、(1)とともに当該問題(14)の必要条件でもある。しかし、(10)には社会的効用積分に加えて、その右辺第二項に終端のストック評価項が付加されているので、自由端問題という場合には当該問題(14)の必要条件である横断性条件は、(8)とは異なり次のような条件になる（ただし $\nu=\nu_{\mathrm{N}}+\nu_{\mathrm{L}}$）。

$$\lambda=(u'(c_T)e^{-rT})=\frac{\mathrm{d}\Theta}{\mathrm{dk}_T} \tag{15}$$

$$\lambda=\left(\frac{\mathrm{d}\Theta}{\mathrm{d}\widetilde{\mathrm{k}}_T}\right)\left\{\frac{\theta_{-D}s_D\dfrac{\mathrm{d}\delta_D}{\mathrm{dk}_T}\left(1-\dfrac{1}{e^{\nu T}}\right)}{\nu}+(1-\theta_{-D})\right\}$$

(15)式は、$\mathrm{k(T)}=\mathrm{k_T}>0$ なる自由端条件に対応する当該問題の横断性条件である。(4. 1)から $\widetilde{\mathrm{k}_T}$ は $\mathrm{k_T}$ のみの関数であることが示されているので、Θ も $\mathrm{k_T}$ のみの関数のため、その右辺の $\mathrm{d}\Theta/\mathrm{dk_T}$ が導けて整理すると(15)の 2 行目の式になる。(15)の 2 行目で、(5)を用いれば、その右辺でほぼ「>0」と考えられる。さらに単純化して、Θ の 2 階微分係数について $\mathrm{d}^2\Theta/\mathrm{dk_T}^2=0$ と仮定すれば、(15)から次の関係が導出される。

$$u''(c_T)dc_T = \left(\frac{\mathrm{d}\Theta}{\mathrm{d}\tilde{\mathrm{k}}_T}\right)\left\{\frac{\theta_{-D}s_D\dfrac{\mathrm{d}^2\delta_D}{\mathrm{dk}_T{}^2}(\mathrm{e}^{\nu T}-1)}{\nu}\right\}dk_T \tag{16}$$

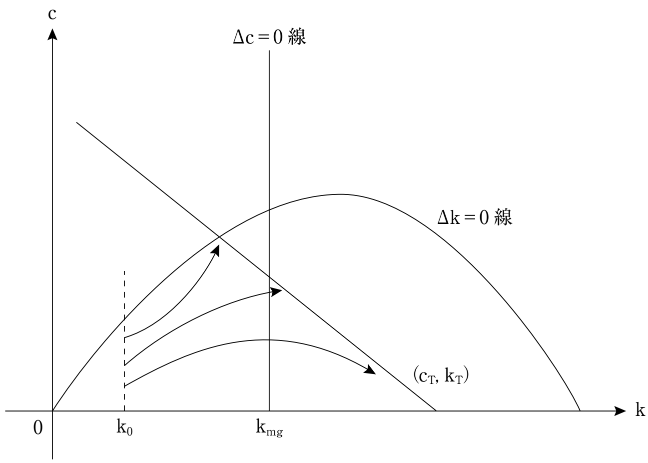
$\mathrm{dc_T/dk_T}<0$ は明らかであるが、$\mathrm{d^2c_T/dk_T{}^2}$ の符号は不明である。

(7)の相平面の内部で、(16)を表示したグラフが適度に偏って位置するときでも、(16)で $|\mathrm{dc_T/dk_T}|$ が一様に大きな値をとり、比較的狭い幅の範囲に値が収まるならば、自由端の横断性条件は前節のような固定端の横断性条件に似通ってくる。それゆえに横断性条件が許す T と $\mathrm{k_T}$ の組合せが比較的拡大的になり、パラメータ T に対して最適経路の存在可能性が比較的高くなる。反対に、そうした適度な(16)のグラフの場合に、もしも $|\mathrm{dc_T/dk_T}|$ が一様に小さな値をとり、比較的に狭い幅の範囲にこの値が収まるならば、自由端の横断性条件は前節の固定端のそれとはかなり異なるが、この場合も横断性条件が許す T と $\mathrm{k_T}$ の組合せが比較的拡大的になり、パラメータ T に対して最適経路の存在可能性が比較的高くなる。こうして、前節の結果に極めて類似した結果が得られる。

(4. 2)　動学的最適化問題(14)の最適解の候補となる経路は、(7)で決定され、(7)の動学的均衡点は(5)を仮定すれば一義的に存在し、当該の鞍点均衡への到達軌道は初期条件について単調かつ一義的に存在する。その鞍点均衡点 $(\mathrm{k^*, c^*})$ について、$\Delta(\mathrm{k^*, c^*})/\Delta(\mathrm{r}, \nu_\mathrm{N}, \nu_\mathrm{L}, \delta_\mathrm{R})<0$ となる比較静学結果が得られる■（位相図 2 を参照）

(4. 3)　動学的最適化問題(14)で、δ_D（＝正の一定値）の場合には、$\mathrm{d}\delta_\mathrm{D}/\mathrm{dk}=0$ で(7)を修正して(4. 2)の主張が成立する。その比較静学効果は $\Delta(\mathrm{k^*, c^*})/\Delta\delta_\mathrm{D}\leqq 0$ となる。

(4. 4)　動学的最適化問題(14)で、T（＝正の一定値）かつ $\mathrm{k(T)=k_T}>0$



位相図 2

となる自由端条件を伴う場合には、(4. 1)、(4. 2)および(4. 3)の主張が成立し、その鞍点軌道以外で自由端の横断性条件(15)を充たす最適解の候補となる経路が存在するならば、これは当該問題の一義的な最適解である。こうした最適経路は、k_0 に対する T と k_T の値の組合せが、適度に大小極端な傾き $|dc_T/dk_T|$ の横断性条件(16)の下で、適当な範囲内であれば、存在可能である。こうした最適経路がその範囲の内部で存在する場合には、微小の外生的変位 ΔT（>0：傾き大、または、<0：傾き小）に対して、適当な $\Delta k_T<0$ と $\Delta c_T>0$ が横断性条件を充たし、最適経路は鞍点軌道へ近い方に偏倚する可能性がある。

反対に、ΔT（<0：傾き大、または、>0：傾き小）に対応する $\Delta k_T>0$ と $\Delta c_T<0$ の場合には、それから遠ざかる方に偏倚する可能性がある。

適当な $|dc_T/dk_T|$ の横断性条件(16)が得られ、最適経路がその適当な内部で存在する場合でも、微小の外生的変位 ΔT に対して、Δk_T と Δc_T が横断性条件を充たすとき、これらは、前節の結果と異なり図の境界条件 (c_T, k_T) 上でトレード・オフにある。

この場合、境界条件の形が変わるにしても、紛争発生が高頻度の経済では不安やリスクから、最適軌道上で一様に消費水準の抑圧が生じるため、政策として事前の防衛力整備の必要性が主張できる。

参考文献

Barro, R. J. and X. Sala-I-Martin, Economic Growth, McGraw-Hill, 2004.／大住圭介訳 ,『内生的経済成長論』（Ⅰ・Ⅱ），九州大学出版会，2006年。

Burmeister, E. and A. R. Dobell, Mathematical Theories of Economic Growth, The Macmillan Company, 1970／邦訳：佐藤隆三＆大住英治（共訳）『テキストブック現代経済成長理論』勁草書房，1976。

Cass, D., "Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation," Review of Economic Studies, vol. 27, 1965（pp. 233-240）.

Cass, D., "Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation: A Turnpike Theorem," Econometrica, vol. 34, 1966（pp. 833-850）.

Harrod, R. F., "An Essay in Dynamic Theory," Economic Journal, Vol. XLIX, March 1939（pp. 14-33）; Reprinted in〔43〕（pp. 14-33）.

Harrod, R. F., Towards a Dynamic Economics: Some Recent Developments of Economic Theory andTheir Application to Policy, Macmillan, 1948／高橋長太郎・鈴木諒一訳『動態経済学序説』有斐閣，1953年。

Harrod, R. F., Economic Dynamics, Macmillan, London, 1973／宮崎義一訳『ハロッド経済動学』丸善，1976年。

Jones, C. I., Introduction to Economic Growth, W. W. Norton, 1998／香西泰訳『経済成長理論入門』日本経済新聞社，1999年。

Koopmans, T. C., "On the Concept of Optimal Growth," pp. 225-300, in The Econometric Approach to Development Planning, Chicago: Rand McNally, 1965.

Lucas, R. E., "On the Mechanics of Economic Development," Journal of Monetary Economics, vol. 22, July, 1988（pp. 3-42）.

Ramsey, F. P., "A Mathematical Theory of Saving," Economic Journal, vol. 38., December, 1928（pp. 543-559）.

Romer, D., Advanced Macroeconomics, McGraw-Hill, 1996／堀雅博・他訳『上級マクロ経済学』日本評論社，1998年。

Romer, P. M., "Increasing Returns and Long-run Growth," Journal of Political Economy, vol. 94, 1986（pp. 1002-1037）.

Romer, P. M., "Capital Accumulation in the Theory of Long-run Growth", in R. J. Barro, ed., ModernBusiness Cycle Theory, Oxford: Basil Blackwell, 1989.

Romer, P. M., "Endogenous Technological Change," Journal of Political Economy, vol. 98, 1990 (pp. S71-S102).

Solow, R. M., "A Contribution to the Theory of Economic Growth," Quarterly Journal of Economics, Vol. LXX, Febrary 1965 (pp. 65-94); Reprinted in Stiglitz & Uzawa (eds)〔1969〕(pp. 58-87).

Solow, R. M., Growth Theory, Oxford Univ. Pr., 1970／福岡正夫訳『成長理論』岩波書店，1971年。

Solow, R. M., Growth Theory, 2nd., Oxford Univ. Pr., 2000／福岡正夫訳『成長理論（第二版)』岩波書店，2000年。

Stiglitz, J. E., and H. Uzawa (eds), Readings in the Modern Theory of Economic Growth, The M. I. T. Press, 1969.

Swan, T. W., "Economic Growth and Capital Accumulation," Economic Record, Vol. XXXII, No. 63, November 1956 (pp. 334-61); Reprinted in Stiglitz & Uzawa (eds)〔1969〕(pp. 88-115).

United Nations, System of National Accounts 2008, 2009 (p. 204, p. 210)