【論　文】

アリストテレス的様相論理のメレオトポロジー的再構築

齋藤 暢人

0. はじめに

アリストテレス的様相論理 Aristotelian Modal Logic（以下「AML」）と古典的メレオトポロジー Classical Mereotopology（以下「CMT」）とが対応するということに関して、これまでいくらかの事実が確認されたが、いまだ不明な点も残されている。とりわけ、双方の基本的概念のあいだの対応関係の解明は十分とは言えない。様相概念の再検討を行うことでこの残された課題を解決しようというのが、本稿の目的である。

議論は以下のように進む。はじめに研究の現状を紹介し、問題を指摘する（1）。問題をさらに分析し、束論の観点からも検討する（2、3）。そのうえで問題の解決方法として従来の様相概念に代わる新しい概念を提案する（4）。とらえ直された対当の構造を再び束論の観点から検討したのち、本稿の考察全体を振り返る（5、6）。

従来の研究の延長線上で考察を展開することから察せられるように、本稿のもうひとつの目的は、AML を CMT に対応づける議論の整合性を示すことで、この対応それ自体の妥当性を検証することであるが、こちらの目的は、以下の議論全体の進展が間接的に果たしてゆくであろう。

1. 研究の現状

はじめに研究の現状について整理しておこう。筆者は、以前の論考「ア

中央学院大学
現代教養学部准教授

リストテレス的様相論理とメレオトポロジー」において、古典的メレオトポロジー CMT に基づいたアリストテレス的様相論理 AML の解釈を試みた[1]。アリストテレス的論理 Aristotelian Logic（以下「AL」）は古典的メレオロジー Classical Mereology（以下「CM」）であり、また AML は AL の様相的拡張である。したがって、明らかに CM の位相的拡張であるかぎり、CMT は、「様相をもつ AL」たる AML と対応すると予想される。代数的意味論において様相が位相によって解釈されるという周知の事実は、この予想を支持するであろう。

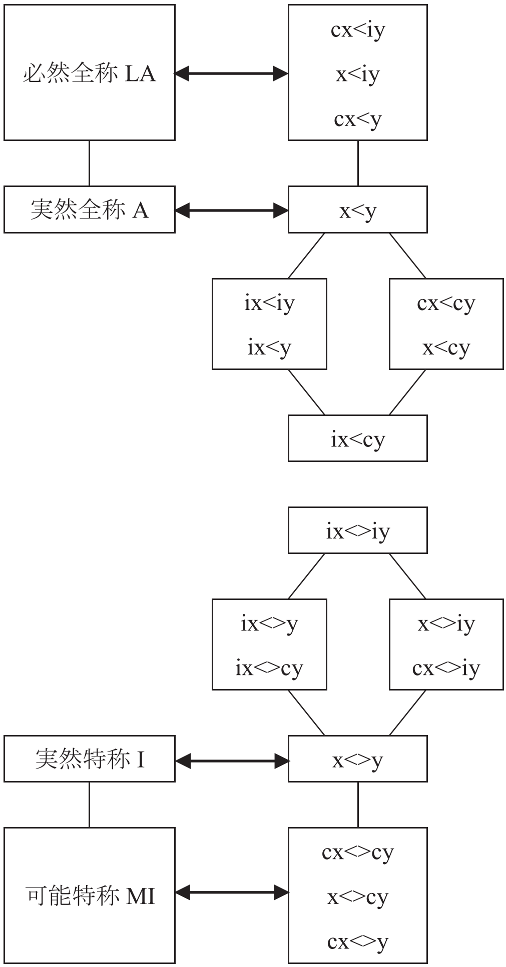
先の考察においては、この予想に基づき、AML の主要部分を体系化し、実然全称、実然特称、必然全称、可能特称の論理的特性を CMT において解明し、それらの関係を明らかにした。この限りでは、AML と CMT の基本概念には明らかな対応が見られたのである。

注目したいのは、この対応が見いだされた文脈ないし背景である。AML や CMT の諸概念は、それらのあいだの論理的関係により、伝統的に対当 opposition として知られているひとつの構造をなしていることが判明した。言うまでもなく、対当は AL にとって本質的とも言える重要な構造のひとつである。もちろん AML における対当は様相を含むように拡張されており、いわば様相対当 modal opposition と呼べるようなものにまで成長しているが、そうであればこそ、その豊かな内容には注目すべきものがあると考えられよう。振り返れば、先の考察はこの未知の構造へと分け入る探査の序章に位置づけることができる[2]。

もう少し具体的に説明しよう。通常、対当は四種の命題からなる構造であり、様相対当も本来はそれを基盤に拡張したものとなっている。しかし、簡単のために、論理的対称性によって、否定命題に関する部位は考察範囲から除外できる。すると、これまでの考察によって明らかにされた様相対当の構造、およびここから相互の対応が見て取られる AML と CMT の相互関係は、以下のように図示できる（たとえば図上部の $cx<iy$、$x<iy$、$cx<y$ などの、同じ枠内の式は同値である。以下、同様の図表においては、スペースの

都合上、同値な式を適宜省略する。また、慣例に従い、図中の「A」は全称命題、「I」は特称命題、「L」は必然命題、「M」は可能命題を表す。以下ではこれらの略号を利用する)。

【図１　様相対当におけるAMLとCMTの対応】



様相対当をこのようなものとして捉え得たことは、AML の文の論理構造が CMT の文の論理構造と対応づけられることによって解明された、ということを意味するであろう。AML と CMT とのあいだの翻訳可能性は、それぞれの概念の解明のための重要な鍵であったわけである。AML における必然全称 LA と可能特称 MI は AML の基本概念であるが、この事実は CMT におけるそれぞれの概念的カウンターパートの重要性によって説明可能である。LA と MI に対応する CMT の文は、上図では位相作用素と CM の述語によって記述されているが、全く異なる表記法もある。公理系によって体系全体においてその意味を規定される固有述語によって記述することも可能なのである。LA と MI に対応する CMT の固有述語は、それぞれ内的部分 IP と連結性 C である。これらはいずれも CMT の原始概念となりうることがすでに明らかとなっており、したがって、AML の基本概念は、CMT における空間的関係を意図した概念とみなした場合でも、やはりまたきわめて基本的な、あるいは中心的な概念であることがわかるのである (3)。

以上がこれまで明らかにしえたことである。この結果にはそれなりの評価が可能であろうが、しかしながら問題が完全に解決されたわけではない。というのも、これまで解明されたのは明らかに AML の一部にとどまるからである。LA と MI はたしかに分析されたが、可能全称 MA と必然特称 LI はそうではない。AML を CMT と対応させつつ解明するという当初の目標は、したがって未達成の段階にあると言わざるを得ないであろう。

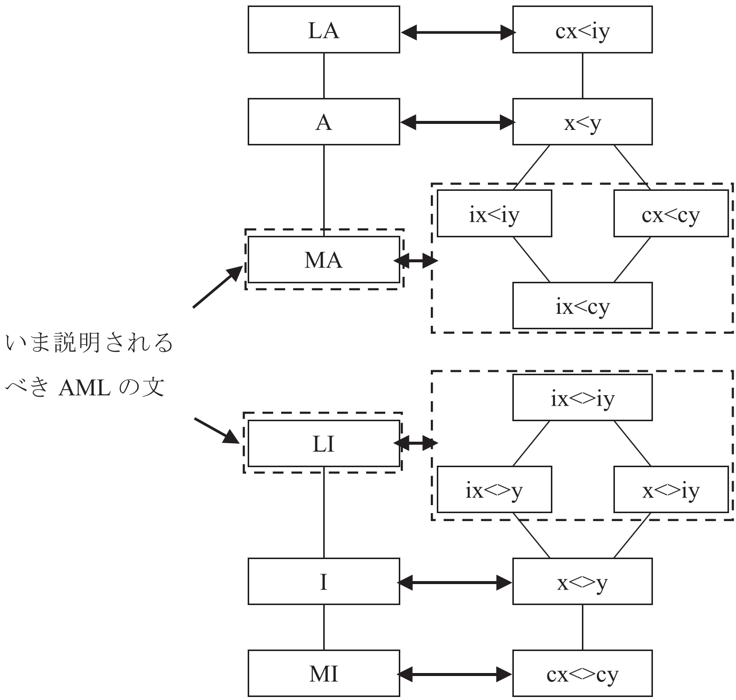
2. 問題

これまでの考察に以上のような反省的分析を加えることにより、ここでわれわれは最も重要な論点を明らかにしえたように思われる。すなわち、問題は、様相対当という切り口からみたとき、AML はどのようなものとなるのか、である。これは、AML の解明という問題の一層の具体化と言えよう。

さて、いま問われているのは、可能全称命題 MA および必然特称命題 LI の古典的メレオトポロジー CMT への対応である。いま、先の図 1 ではここ

が示されていなかったことを想起すべきである。そこで、改めてこれらの命題を補うと下図が得られる（CMT の同値な文は省略し、ひとつの文によって代表させてある）。

【図２　伝統的解釈の多義性】



この図２のうち、左側の列の（上から順に）LA-A-MA および LI-I-MI という命題の系列は、いわゆる大小関係 subalternation（「全称から特称へ」）と様相従属関係 modal subordination（「必然から可能へ」）を組み合わせることによって得られるものであり、これまで慣習的に想定されてきた様相対当に該当するものだと考えられる[4]。問題は、これが CMT の論理構造と対応しうるか否か、である。AML は CMT における論理構造を正確に反映

しているであろうか。

この問いに対する答えは、残念ながら否定的である。図2において示されたことから明らかなように、MA、LI に対応すべき CMT の文の候補は、このとき複数存在する。つまり、これらの様相命題は CMT の観点からみて多義的である。これは様相命題の論理構造を把握する上では非常に大きな障碍である。様相命題の論理構造を CMT の文と対応させ、特定することができないからである。

では、CMT の構造のなかにこの難局を打開する手段が隠されている可能性はないであろうか。残念ながら見込みは薄いと言わざるを得ない。論理的というよりはむしろ代数的な見地からみると、CMT の文がつくる様相対当の構造は、本質的にはそれらの文のあいだの論理的強弱によるものであり、すでに可能な限り整理されていて、一層の簡略化は不可能であろうと考えられるのである。

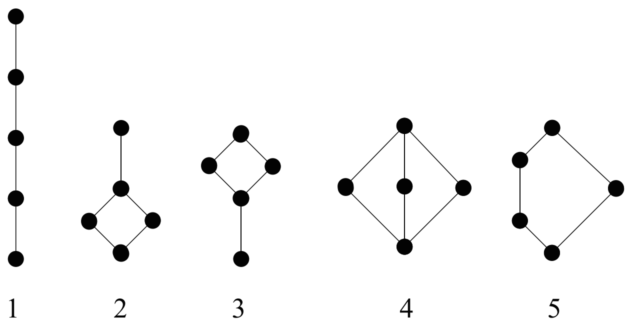
したがって、現状のままでは、AML を CMT の観点で包括的にとらえることは不可能であると考えざるを得ず、われわれは突破口となる別の手掛かりを見つけ出さねばならない。

3. 代数的観点からの考察

ここで、古典的メレオトポロジー CMT における文の相互関係の構造について注意しておこう。CMT の文の論理的な強弱は、前掲の図2におけるような特徴的な構造を与えるのであるが、この構造それ自体にはどのような意味があるのであろうか。代数的観点に立つことで、この構造の意味を説明することができる。束論 lattice theory の立場からみると、この構造は、CMT の重要な性格を如実に反映したものであると考えられるのである。

よく知られている事実であるが、元が五つからなる束は、下記の図3の1から5の五種類に限られる。4は M3（「ダイヤモンド」）、5は N5（「五角形」）と呼ばれる。

【図３　五つの元からなる束】



さて、次の事実は、束論においてよく知られた、いわゆる M3-K5 定理である [5]。

定理：モデュラー律が成り立たない束は M3 を含み、分配律が成り立たない束は M3 か N5 を含む。

モデュラー律、分配律とはそれぞれ以下のような定理である。

モデュラー律　$a \leq c$ ならば $a \cap (c \cup b) = (a \cap c) \cup b$
分配律　$a \cap (b \cup c) = (a \cap b) \cup (a \cap c)$ および $a \cup (b \cap c) = (a \cup b) \cap (a \cup c)$

CMT はモデュラー律、分配律をみたす。様相対当に相当する CMT の文は全称、特称それぞれのグループにおいて五つの下位グループに要約される（同値関係により整理できる）。これは五つの元をもつ束とみなすことができ、二つのグループの下位グループは文は論理的強弱に関して順序をなすが、なかには順序がつかない二つの文が含まれる。したがって、許容される論理構造は、上の図３のうち、２と３のみである。様相全称文の全体は２の構造を、様相特称文の全体は３の構造をなすのである。

かくして、上述の定理は、CMT の文が図２のごとき構造をなすのはなぜ

かを説明する。CMT は分配束であり、この構造は M3-N5 定理によって必然的なのである。前節末で述べた、「代数的構造は基本的なもので、一層の簡略化は不可能」とは、こういうことである。

4. 様相概念の再検討

4.1. 伝統的分類の改訂

前節の代数的考察が示唆するのは、先の図 3 における 2、3 のような代数的構造が様相概念それ自体にも反映していなければならない、ということである。AML における様相概念のあいだにも、CMT における 2、3 に対応する論理構造がなければ、これら二つの体系の対応は成り立たないであろう。だが、それはいかにして可能であろうか。

先に述べたように、論理的な観点からみれば、その論理構造に相当する CMT の構造にこれ以上の改良の余地はない。それは、束のなかでも比較的単純なモデルであり、ほぼ調べ尽くされていると言ってよく、見落としがあったとは考えにくい。

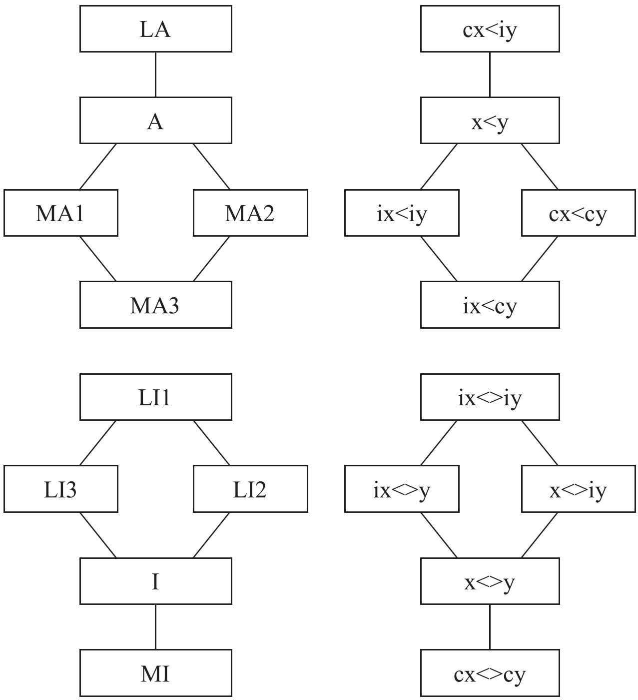
したがって、改良するとすれば、その対象となるのは AML における伝統的な概念の枠組みでしかありえない。

すると、もちろんさまざまな可能な選択肢がありうるが、そのなかのひとつとして、AML における「可能全称命題」「必然特称命題」の概念をそれぞれ分割する、という操作を考えることができる。たしかにこれは、必然的な帰結というよりはむしろ、ひとつの提案に過ぎないのであるが、以下でみてゆくことで明らかとなるように、大いに検討する価値がある、と考えられる。

この分割の操作をより具体的に述べれば、MA と LI の二つの命題をそれぞれ三つ（計六つ）に分けることになる。MA より、「第一可能全称命題」（MA1）「第二可能全称命題」（MA2）「第三可能全称命題」（MA3）が得られ、また、LI より、「第一必然特称命題」（LI1）「第二必然特称命題」（LI2）「第三必然特称命題」（LI3）が得られる。このようにして新たに生成された

諸命題が CMT の文と一対一に対応することは、以下の図 4.1 をみれば直ちに明らかであろう。

【図 4.1　様相命題の新規分割と対応の完成】



ひとつ問題となるのは、新名称に含まれる番号である。これらのあいだの「第一」から「第三」までの順序はいかなる理由で定められるのか。その説明は現時点では全くなされていない。しかしながら、この順序の根拠は諸命題の論理的関係にあり、それを踏まえれば十分合理的に説明可能なものである。然るべき準備ののちに、改めて論じることとしよう。

4.2. 分割の意義

かくして一部の様相概念を分割することにより、様相命題を、CMT の概

念によって記述される論理構造と対応づけられることが分かった。では、こうして成就された対応に、われわれは何を期待できるであろうか。この一連の手続きはある種の概念枠の修正であるが、それはどのような帰結をもたらすのであろうか。

この問いに答えるために、対当を構成する様相命題の論理的特性を調べよう。まず、諸命題が述語 < をもつ文のグループ、すなわち全称命題と、<> をもつ文のグループ、すなわち特称命題とに分けられることは自明である。

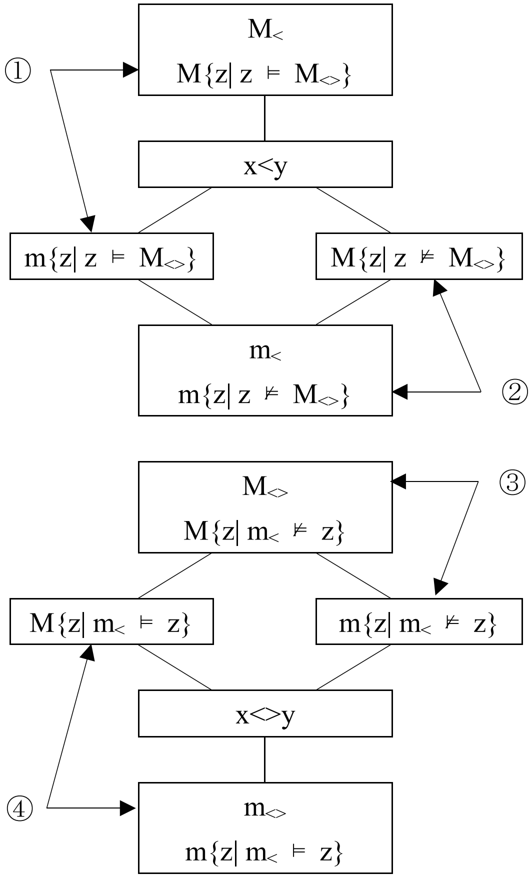
次に、分けられた命題のグループの中のなかには最大元と最小元があるが、それぞれを「Mφ」「mφ」と表記する。これらのそれぞれは、述語 φ をもつ文の最大元、最小元とする。

さらに、命題間の論理的帰結関係によって各命題を特徴づけることができる。集合論の記法を流用して、文 φ を導くことができるという条件を「$\{z \mid z \vDash \varphi\}$」、文 φ を導くことができないという条件を「$\{z \mid z \nvDash \varphi\}$」と書くこととする。また、文 φ から導かれることができるという条件を「$\{z \mid \varphi \vDash z\}$」、文 φ から導かれることができないという条件を「$\{z \mid \varphi \nvDash z\}$」と書くこととする。

条件 C をみたす文のグループの最大元を「MC」、最小元を「mC」と書く。たとえば「$M\{z \mid z \vDash M_{<>}\}$」は、「<> の最大元 $M_{<>}$ を導くことができる文の中での最大元」ということである。

このような表記を利用すると、いま考察の対象となっている CMT の文は、それぞれ以下のように書き直すことができる。

【図 4.2　対当の文の論理的特性】



この図は諸命題の特徴をよくとらえており、ここから、以下の三つの項目に関する情報を読み取ることができる。

イ．文の対のなかでの論理的強弱

①②③④は二つの文の組、文の対であり、そのあいだに論理的強弱がある。上位の文は強く、下位の文は弱い。

ロ．意味論的関係における強弱

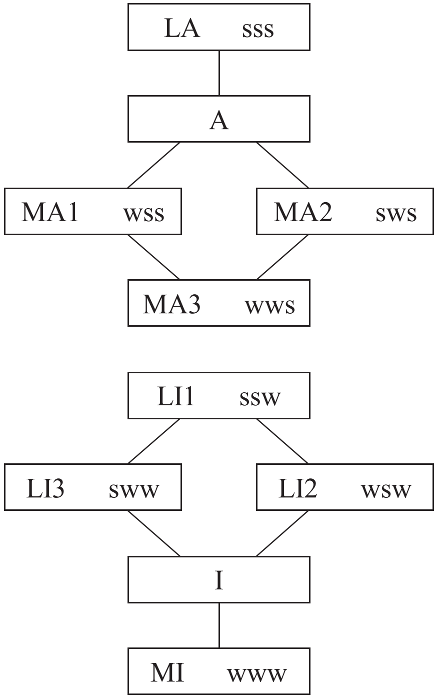
①から④のグループには、それぞれ以下のような意味において強弱が認められる。①は、<> の最大元を導くという意味において、強い。②は、<> の最大元を導くことができないという意味において、弱い。③は、< の最小元から導かれないという意味において、強い。④は、< の最小元から導かれうるという意味において、弱い。

ハ．述語の強弱（いわゆる大小関係）

< の文は強く、<> の文は弱い。

以上の分析により、いま考察している様相命題は、これらの属性イ、ロ、ハの組み合わせによって過不足なく記述できる。そこで、これらの項目イ、ロ、ハの順に、文の強弱を調べよう。強弱を「s」「w」で表記することにすると、各文にはこれらからなる記号の三つ組を以下のように対応づけることができる。

【図 4.3　様相命題の強弱】



三つの項目について強弱の二つの場合がありうるのであるから、s と w の可能な組み合わせは $2^3=8$ とおりであり、それゆえ、この表記はこれらの文の論理的特性の完全な記述になっている。

これらのうち、疑問の余地なく強弱を判定しうるのは必然全称命題 LA、可能特称命題 MI である。上図 4.3 におけるように、これらはそれぞれ、sss、www で表すことができ、またさらに、先に述べたように、CMT の基本概念たりうる内的部分 IP、連結性 C にそれぞれ相当する。LA と MI が他の概念と異なるのは、これらが、ここで考慮している論理的強弱に関して、いわば絶対的に強いかあるいは絶対的に弱い、ということである。この限られた論理構造全体における最大元と最小元であるとも言える。これらが CMT の基本概念とみなされうるのは偶然ではないであろう。

これら以外の文のグループは、いずれもこれらとの比較によって、いわば相対的に特徴づけられる。必然全称命題 LA（sss）が強い様相命題であるのに対して、可能全称命題に相当する文のグループ MA1、MA2、MA3（wss、sws、wws）は、それよりも何らかの意味で弱い様相命題である（少なくともひとつ w を含む）。また、可能特称命題 MI（www）が弱い様相命題であるのに対して、必然特称命題に相当する文のグループ LI1、LI2、LI3（ssw、wsw、sww）は、それよりも何らかの意味で強い様相命題である（少なくともひとつ s を含む）。

こうした文のグループを、一定の基準の下でさらに下位分類することが可能である。しかも、それはひと通りには限らず、いくつかの異なる分類がありうる。伝統的な様相命題の分類と解釈の根拠はこうした多様な分類のひとつであるとみることすらできるかもしれない。見方を転じるならば、伝統的な観念とは異なる分類もまた可能となり、伝統を改訂する理由が与えられるのである。

4.3. 論理的強弱と様相

ここで、先に提示しておいたひとつの小さな疑問を解決しておこう。分割された可能全称命題、必然特称命題に「第一」から「第三」までの番号がついた理由とはなにか、という問題である。文の順序は論理的強弱によって定まるはずであるから、実は、この問題は本質的には次のことを問うているのである。すなわち、様相と文の論理的強弱とはどのように関連しているのか。このことを心に留めておこう。

さて、可能全称命題のうち、強弱に関して検討の余地があるのは MA1 と MA2 である。これらは、全称命題の集団のなかでは、論理的強弱に関して中立である。しかし、MA1 からは特称命題の最大元、必然特称命題 LI1 が導かれうるが、MA2 からはそれは不可能である。それゆえ、MA1 を MA2 よりも順序においてより先とするのは合理的である。

必然特称命題のうち、強弱に関して検討の余地があるのは LI2 と LI3 であ

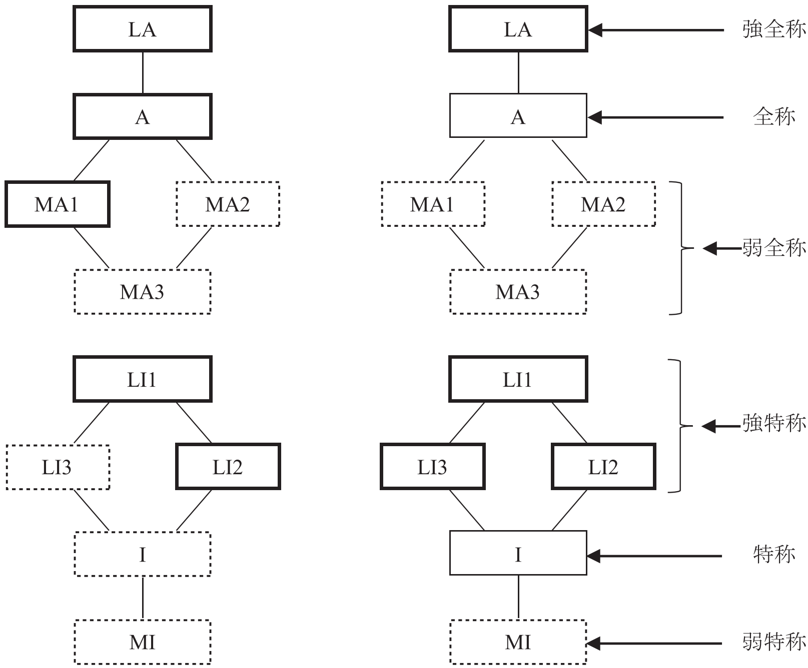
る。これらは、特称命題の集団のなかでは、論理的強弱に関して中立である。しかし、LI2 は全称命題の最小元、可能全称命題 MA3 から導かれうるが、LI3 はそうではない。それゆえ、LI2 を LI3 よりも順序においてより先とするのは、やはり合理的である。

可能全称命題、必然特称命題の下位分類において、先に示したような順序をつけることができるのは、以上のような理由による。約言すれば、MA1 から LI1 が導かれ、そして、MA3 から LI3 が導かれるのである。

さて、この順番を考慮に入れつつ様相命題を再分類してみると、下図 4.4 の左のようになる。つまり、可能全称命題においては、第一と第二のあいだにおいて区分が可能であり、必然特称命題においては、第二と第三のあいだにおいて区分が可能である。

この分類は、先の三つの項目のうち、項目ロをとくに強調していると言えよう。項目イは命題の組のなかでの分類にかかわり、項目ハは全称と特称の差異という、CMT が前提すべき CM の分類にかかわる。したがって、これまで論じてきた様相命題のあいだの強弱は、本質的にはこの項目ロに由来すると言えよう。これまでの考察は、項目ロによって様相命題を分析するプロセスであったと総括できる。

【図 4.4　様相命題の再分類】



しかしながら、この強弱による新しい区分は、伝統的な必然性と可能性の区分とは一致していない。この新区分それ自体に上述のような合理性を認められるかもしれないが、伝統的な分類の作法との相違については、何らかの正当化が必要であろう。

先には触れなかった項目イおよびハをここで考慮に入れてみよう。これにより、項目ロに基づく分類にはいくらかの修正が加えられる。分類を伝統的なそれに近づけることができるのである。

以前述べたように、全称命題において、イ、ロ、ハのいかなる項目においても強い命題が必然命題であり、少なくとも一点において弱い一群の命題が可能命題である。特称命題においても同様であり、イ、ロ、ハのいかなる項目においても弱い命題が可能命題であり、少なくとも一点において強い一群

の命題が必然命題である。このように考えて分類しなおすならば、様相対当は上図 4.4 の右のようになり、伝統的な分類と全く同様ではないものの、しかし明らかな相似性を呈してくるのである。

この事実は伝統的な必然性・可能性の概念対を正当化するものとしても解釈できるが、次のように考えることもできる。つまり、必然性・可能性は、CMT における諸命題間の論理的特性から抽象された論理的強弱なのである。端的に言えば、いまや必然性は強様相であり、可能性は弱様相である。ゆえに、様相は、CMT によって表現可能な論理構造によって定められる概念である、と言うことができるかもしれない。

以上の考察のまとめとして、様相概念と関連する諸概念の関係を一覧表にしておこう。分割された様相概念のあいだにはある種の同質性が認められる。この同質性によって、これらは分割されながらも、ひとつの類似した概念の群として捉えることが可能であり、それゆえ伝統的な分類に反映された概念の直観的な意味合いも保存されている。こうした意味において、この分割は自然なものとして評価することができるのである。

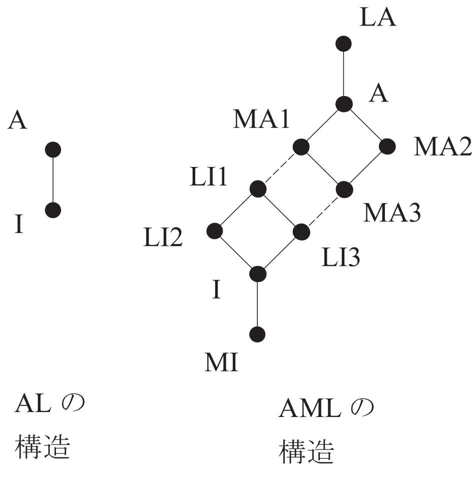
【表 4.5　新旧の分類の対比】

<table>
<tr><th colspan="2">旧分類</th><th>新分類</th><th colspan="3">CMT に基づく分類</th></tr>
<tr><td rowspan="4">全称</td><td>必然</td><td>必然</td><td>sss</td><td>強</td><td rowspan="4">全称</td></tr>
<tr><td rowspan="3">可能</td><td>第一可能</td><td>wss</td><td rowspan="3">弱</td></tr>
<tr><td>第二可能</td><td>sws</td></tr>
<tr><td>第三可能</td><td>wws</td></tr>
<tr><td rowspan="4">特称</td><td rowspan="3">必然</td><td>第一必然</td><td>ssw</td><td rowspan="3">強</td><td rowspan="4">特称</td></tr>
<tr><td>第二必然</td><td>wsw</td></tr>
<tr><td>第三必然</td><td>sww</td></tr>
<tr><td>可能</td><td>可能</td><td>www</td><td>弱</td></tr>
</table>

5. 補足：AL と比較された AML の代数的構造

AML の考察には以上で一区切りついたのであるが、最後に AL と AML を比較しておこう。AML の論理的・代数的構造の特徴が明らかになるであろう。対当の肯定的部分をハッセ図で表すと以下のようになる（先の図 4.1 や 4.4 での特称命題にあたる部分は左右反転させてある）。AL に比べて、AML が格段に複雑になっていることは明らかである。

【図 4.6　AL の対当と AML の対当の代数的構造の差異】



6. おわりに

本稿では、CMT との対応によって明らかとなった AML がもつべき論理構造を示し、これを AML のなかに根付かせるために取りうる方策のひとつを示した。その結果、伝統的な様相概念を見直すための視点をみいだすことができた。

本稿の議論はできる限り慎重に進めることを期したが、様相の分割は伝統的概念の改変には違いないので、余程の理由がなければ到底受け容れられる

ものではないであろう。しかしながら、これまでの考察によって、様相概念の内容の豊かさについてはいくらか明らかにできたのではないかと思っている。様相概念の名のもとに一括されている諸概念、諸構造にさらなる分析を施すことにより、一層進んだ認識へと到達しうることを確信しつつ筆を擱く。

〔注〕

（1）齋藤 (2015)

（2）様相対当については稿を改めて詳述する予定である。

（3）齋藤 (2016)

（4）McCall (1966: pp.33–36), Malink (2013: Ch.14), 杉原 (1964: pp.25–34)

（5）岩村 (1966: pp.79–82), Davey & Priestley (2002: pp.85–93)

文　献

［邦語］

岩村聯，1966，『束論』，共立出版

齋藤暢人，2015，「アリストテレス的様相論理とメレオトポロジー」『論理哲学研究』9，33–56

——，2016，「分析的存在論のメレオトポロジー的基底」『フィロソフィア』103，(23)–(38)

杉原丈夫，1964，『様相論理学研究』，山喜房

［非邦語］

Davey, B. A., & H. A. Priestley, 2002, *Introduction to Lattices and Order* (2nd ed.), Cambridge: Cambridge U. P.

Malink, M., 2013, *Aristotle's Modal Syllogisms*, Cambridge (MA): Harvard U. P.

McCall, S., 1966, *Aristotle's Modal Syllogistic*, Amsterdam: North Holland Publishing Company

Mereotopological Reconstruction of Aristotelian Modal Logic

SAITO Nobuto

ABSTRACT

In a previous paper we tried to shed some light on Aristotelian Modal Logic (hereafter 'AML') from a mereotopological perspective ('mereotopology' is a topological expansion of 'mereology', which in turn is the formal theory of part and whole). Although we succeeded in logical reconstruction of the essential part of AML, the remaining part which contains some important types of modal propositions was put aside for simplicity and still remains unexplained. The present paper aims to repair the shortcomings of our foregoing investigation and fundamentally improve our initial project of mereotopological reinterpretation and refinement of AML.

In this paper two types of modal propositions will be examined in detail, i. e. the possible general and the necessary particular (these are both positive and other two negative types will be omitted here by logical parity). It will be found that there are many remarkable structural properties in these propositions and logically important relationships between their subtypes. Based on careful observation, we will make a radical proposal that each of two modal propositions should be divided into three subordinate types. The argument, of course, might look too provocative, since the strategy adopted here obviously forces us a substantial revision of our common understandings about what modal concepts are. However, our approach would be finally supported by the fact that the newly obtained scheme for modal notions shows perfect congruence with some well-known results in the lattice theory.

This paper also intends to be a verification of the claim that mereotopology can be regarded as an adequate semantic basis for AML. The whole body of results achieved in the following will be the evidences for that purpose.