【論　文】

意味論的証明

齋藤 暢人

0. はじめに

現代論理の標準的な見解によれば、構文論と意味論は明確に区別されるべきであり、証明は形式主義の立場から、すなわち純粋に構文論的な立場から遂行されなければならない。この方法論上の要請はそれ自体としては全く正当なものであるが、実践的な観点からみたとき、意味論的な立場からの「証明」を遂行する必要を感じる機会が絶無とは言えないように思われる。むろん、こうした「証明」は、従来の枠組みに依拠する限り証明のうちには算え入れられず、意味論的な立場からの推論の方法は決定手続き（いわゆるタブローの方法）に事実上限定されているのであるが、はたして、このような制約には何らかの最終的な根拠が存在するのであろうか。こうした疑問から出発して、本稿では、意味論的な証明の方法の可能性について、いくらかの考察を試みてみたい。

1. 意味論的立場からの証明の必要性

意味論的な立場からの証明と呼べる推論のごく簡単な例を挙げておこう。$p \vee q$、$r \to p$、$q \wedge s$、r という文が与えられていたとする。そして、$p \vee q$ が偽、r が真であることが判明したとしよう。すると、p と q はともに偽である。また、r が真であり、p が偽であるから、$r \to p$ は直ちに偽である。さらに、q が偽であるから、$q \wedge s$ も直ちに偽である。$p \vee q$、$r \to p$、$q \wedge s$ がそれぞれ A、B、C という人物の証言だったとすると、この推理は、

中央学院大学
現代教養学部准教授

A の証言が偽であることと事実 r の検証から、B、C の証言が偽であることを導くものにあたるであろう。このように、いくつかの文が与えられたとき、それらがすべて真であるとは限らない場合、ある情報にもとづいて文の真偽を決定できることがありうるのである。

もちろん、こうした推論は自然演繹を用いて形式化し、その結論が正しいことを厳密に証明することができる。だが、ある文 s が偽であることからさらに別のある文 s' が偽であることを導くということは、自然演繹においては、s の否定文から s' の否定文を導出することに相当するであろうが、ここには、些少ではあるものの余計な手順が含まれている。意味論的な立場から解釈し、その解釈に直接に基づいて文を変形することは、すでに示した例において明らかなように、可能である。それゆえ問題は、それを体系的に遂行する方法とはいかなるものであるか、ということにあるように思われるのである。

ここで、構文論的立場の暗黙の方法論的前提について確認しておこう。構文論においては、形式化された、すなわち解釈を排した無意味なものとしての記号列を操作することによって証明が遂行される。しかし、これはあくまでも建前上のことで、実際には、証明における前提はすべて真であることが仮定されている。背理法のための仮定すらも、その否定が真であることを示さんがためにおかれた偽なる文なのであって、偽なる前提からの論理的な帰結を追究しようという意図はあらかじめ排除されている。学問における価値ある言説とは、真なる前提からの真なる帰結なのである。しかしながら、複数の主張がなされたとき、それらのいくつかが偽でなければならない、という事態は、学問的体系が整備される以前の、仮説が競合する段階においてはおそらく稀ではない。そうしたとき、既存の論理体系が最も適切な思考の手段であるという保証はない。既知の体系は、文が偽である場合にそこから何が論理的に帰結するのかを明らかにする、という任務を想定していないからである。

しかしながら、自然演繹を断罪すればそれで事が済む、というわけではな

い。むしろその逆である。ここで論じているような問題に対処するための最も簡単な方法は、既知の体系を手直しして、このようなケースも直ちに処理しうるような体系を構築することである。そして、目的は真偽が入り混じった前提から自由に論理的帰結を導くことであるから、目標となる体系は、むしろ自然演繹に類似した性格をもつはずであり、それゆえ、われわれがなすべきことは、自然演繹のある種の拡張に他ならないと言えよう。

具体的な作業に入る前に、われわれの目指すところをもう少し明確にしておこう。これまで論じてきたような問題を念頭に置くならば、そもそも「証明」という言葉には二つの意味があるように思われる。

1. 構文論の立場からの文の変形
2. いわゆる決定手続きとは異なる文の変形

1の区分は解釈の有無として説明できる。それに対して、2の区分は、規則の種類の相違およびその取捨選択によって説明できるように思われる。決定手続きは、一般に、導入規則と除去規則のいずれか一方しかもっていない。そのような体系においては、推論の方向があらかじめ定められている。他方で、導入規則と除去規則を両方とも備えた体系もあり、そのような体系においては、目的のために可能な手段を駆使することになる。自由度が上がる分、推論の方向は必ずしも明確ではない。前述の決定手続きから区別しようとするとき、こちらが証明と呼ばれることがある[i]。これは明らかに、先の1での証明と同一視されるべきではない。

以上の区別をもとに、既存の論理体系を分類してみよう。除去規則、導入規則のいずれかのみをもつ体系を一方的体系、両方の規則をもつ体系を双方的体系と呼ぶことにする。

【表１　体系の分類】

体系	解釈に関する立場	規則
タブローの方法	意味論的	一方的（除去規則）
論理計算 LK	構文論的	一方的（導入規則）
自然演繹	構文論的	双方的（導入規則 & 除去規則）
???	意味論的	双方的（導入規則 & 除去規則）

このようにまとめてみると、先の１と２の「証明」の混同が払拭され、例に挙げたような、意味論的立場からの証明の可能性が明らかとなる。構文論においては、一方的な体系と双方的な体系の両方が実際に存在する。それに対して意味論においては、一方的な体系しか事実上存在していない。けれども、この事実は、意味論における双方的な体系が不可能であることを帰結するわけではない。先の区別を利用するならば、構文論としての証明という意味においてではなく、双方的な体系における推論ないし変形としての証明という意味において、意味論的立場からの証明を考えることができるのである。それは、既存の体系のどれとも異なるような、いまはまだ現れていない体系、表中の最下段に該当する体系である。

一方的体系と双方的体系の差異について補足的に付言しておこう。一方的体系としての決定手続きにおいては、すでに存在する前提の情報が分析されるにすぎないが、これと対比される双方的体系としての証明においては、前提に明示的には含まれていない情報が生成される、すなわち総合されることがある。したがって、ここで探究の対象となっているのは、意味論において情報を総合する体系である。

2. 演繹の拡張（1）：文論理

では、そのような意味論的立場からの総合を行う論理体系とはいかなるものか。まず、文論理の範囲から考えてみよう。

この体系においては、文論理の文は、タブローの方法におけるのと同様、

真偽のいずれかであるとして解釈され、そのうえで演繹の方法に従って変形される。解釈された式はいわゆる符号付論理式である。そのために、NK の規則を拡張し、符号付論理式の変形を許す。

　はじめに、文が真であると解釈された場合、すなわち符号 1 が付いている場合のための規則を考えよう。

【表 2.1　真なる文のための規則】

E∧1	$\dfrac{\begin{matrix} p \land q \\ 1 \end{matrix}}{\begin{matrix} p \\ 1 \end{matrix}} \qquad \dfrac{\begin{matrix} p \land q \\ 1 \end{matrix}}{\begin{matrix} q \\ 1 \end{matrix}}$	I∧1	$\dfrac{\begin{matrix} p \\ 1 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} q \\ 1 \end{matrix}}{\begin{matrix} p \land q \\ 1 \end{matrix}}$
E∨1	$\dfrac{\begin{matrix} p \lor q \\ 1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \cancel{\begin{matrix} p \\ 1 \end{matrix}} \\ \mid \\ X \end{matrix} \quad \begin{matrix} \cancel{\begin{matrix} q \\ 1 \end{matrix}} \\ \mid \\ X \end{matrix}}{X}$	I∨1	$\dfrac{\begin{matrix} p \\ 1 \end{matrix}}{\begin{matrix} p \lor q \\ 1 \end{matrix}} \qquad \dfrac{\begin{matrix} q \\ 1 \end{matrix}}{\begin{matrix} p \lor q \\ 1 \end{matrix}}$
E→1	$\dfrac{\begin{matrix} p \\ 1 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} p \to q \\ 1 \end{matrix}}{\begin{matrix} q \\ 1 \end{matrix}}$	I→1	$\dfrac{\begin{matrix} \cancel{\begin{matrix} p \\ 1 \end{matrix}} \\ \mid \\ q \\ 1 \end{matrix}}{\begin{matrix} p \to q \\ 1 \end{matrix}}$
E¬1	$\dfrac{\begin{matrix} p \\ 1 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} \neg p \\ 1 \end{matrix}}{\perp}$	I¬1	$\dfrac{\begin{matrix} \cancel{\begin{matrix} p \\ 1 \end{matrix}} \\ \mid \\ \perp \end{matrix}}{\begin{matrix} \neg p \\ 1 \end{matrix}}$

DN1 $$\frac{\begin{array}{c}\neg\neg p\\ 1\end{array}}{\begin{array}{c}p\\ 1\end{array}}$$

斜線が引かれている符号付論理式は、それが仮定であり、規則を適用した結果キャンセルされることを示している。

周知のごとく、NK の規則は真理を保存する。それを考えれば、上記の規則は当然の結果であるが、このように、符号によって暗黙のうちの解釈を明示すると、体系全体の性格もまた明らかとなる。NK は、偽については推論しないのである。しかしながら、これまで述べてきたことから明らかなように、本稿の目的とするところは、偽なる文を処理する場合について考察することである。このような場合においても論理的に妥当な結論を導くことは可能なのであった。（むろん、「妥当」とは「真」ということではない。前提から必然的に導かれる、という意味での「妥当」である。）このようなケースにおいて文を変形するための規則とは、どのようなものであろうか。

規則のための図式は NK に範をとることとし、通常の真理表による解釈を念頭におきつつ、規則を定めてみよう。考慮すべき場合は符号 0 が付された論理式の場合である。すると、それは以下のようになるであろう。

【表 2.2　偽なる文のための規則】

E∧0 $$\frac{\begin{array}{ccc} & \cancel{p} & \cancel{q}\\ & 0 & 0\\ p\wedge q & | & |\\ 0 & X & X\end{array}}{X}$$

I∧0 $$\frac{\begin{array}{c}p\wedge q\\ 0\end{array}}{\begin{array}{c}p\\ 0\end{array}} \qquad \frac{\begin{array}{c}p\wedge q\\ 0\end{array}}{\begin{array}{c}q\\ 0\end{array}}$$

E∨0

$$\frac{\begin{array}{c} p \lor q \\ 0 \end{array}}{\begin{array}{c} p \\ 0 \end{array}} \qquad \frac{\begin{array}{c} p \lor q \\ 0 \end{array}}{\begin{array}{c} q \\ 0 \end{array}}$$

I∨0

$$\frac{\begin{array}{cc} p & q \\ 0 & 0 \end{array}}{\begin{array}{c} p \lor q \\ 0 \end{array}}$$

E→0

$$\frac{\begin{array}{c} p \to q \\ 0 \end{array}}{\begin{array}{c} p \\ 1 \end{array}} \qquad \frac{\begin{array}{c} p \to q \\ 0 \end{array}}{\begin{array}{c} q \\ 0 \end{array}}$$

I→0

$$\frac{\begin{array}{cc} p & q \\ 1 & 0 \end{array}}{\begin{array}{c} p \to q \\ 0 \end{array}}$$

E¬0

$$\frac{\begin{array}{cc} p & \neg p \\ 0 & 0 \end{array}}{\bot}$$

I¬0

$$\frac{\begin{array}{c} \cancel{p} \\ 0 \\ \vdots \\ \bot \end{array}}{\begin{array}{c} \neg p \\ 0 \end{array}}$$

DN0

$$\frac{\begin{array}{c} \neg\neg p \\ 0 \end{array}}{\begin{array}{c} p \\ 0 \end{array}}$$

NK を導きの糸とすることにより、以上のように規則を与えることができる[ii]。しかし、これは問題の素描に過ぎない。これらの規則は、真の世界と偽の世界とにそれぞれ分離されており、両者の結びつきは、ここからは明らかにならない。その結びつきとは、文を真偽によって解釈する意味論に固有の主張でなければならない。以下において、その意味論的公理について考えてみる。

3. 拡張の補正

3.1. 意味論的公理

先に条件文に関する導入規則、除去規則をあげたが、それらは次のように

別の規則によって言い換えることができる。

【表 3.1　条件文の導入・除去規則の別形】

E→1*
$$\dfrac{\begin{array}{c} p \to q \\ 1 \end{array} \qquad \begin{array}{c} \cancel{p} \\ \cancel{0} \\ \vdots \\ X \end{array} \qquad \begin{array}{c} \cancel{q} \\ \cancel{1} \\ \vdots \\ X \end{array}}{X}$$

I→1*
$$\dfrac{\begin{array}{c} p \\ 0 \end{array}}{\begin{array}{c} p \to q \\ 1 \end{array}} \qquad \dfrac{\begin{array}{c} q \\ 1 \end{array}}{\begin{array}{c} p \to q \\ 1 \end{array}}$$

ただし、意味論的矛盾律 Semantic Law of Contradiction (SLC)、意味論的排中律 Semantic Law of the Excluded Middle (SLEM) は前提する。

【表 3.2　意味論的矛盾律と意味論的排中律】

SLC
$$\dfrac{\begin{array}{c} p \\ 1 \end{array} \qquad \begin{array}{c} p \\ 0 \end{array}}{\perp}$$

SLEM
$$\begin{array}{c} p \\ 1 \end{array} \quad \text{または} \quad \begin{array}{c} p \\ 0 \end{array}$$

先にあげた本来の規則と、ここで示した新しい規則は、以下のように、同値である。（以下、証明においては、スペース削減のため、真理値を表す符号 1、0 を文に後置する。）

証明：

（E → 1、I → 1 から E → 1*、I → 1*）

p0 または p1。p0 のとき、p0 ならば r でもある。ゆえに r。p1 のとき、p → q1 ならば q1。q1 ならば r でもある。ゆえに r。ゆえに r。それゆえ

E → 1^* がなりたつ。

¬(p → q)1 とする。論理より p ∧ ¬q1。すると p1。p0 と仮定する。すると ¬p1。矛盾。ゆえに ¬¬(p → q)1。p → q1。

p1、q1 と仮定する。すると p ∧ q1。すると q1。よって p → q1。それゆえ I → 1^* がなりたつ。

（E → 1^*、I → 1^* から E → 1、I → 1）

p → q1 とする。p0 のとき、p1 とする。矛盾。q1。q1 のとき、q1。ゆえに q1。それゆえ E → 1 がなりたつ。

p0 あるいは p1。p0 のとき、p → q1。p1 のとき、p1 ならば q1。すると q1。すると p → q1。ゆえに p → q1。それゆえ I → 1 がなりたつ。■

3.2. 否定

この証明によって気づかれることは、NK の規則を符号付論理式の場合にあてはめただけでは重要な意味論的な事実が捉えられない、ということである。意味論的矛盾律、意味論的排中律などがそうした事実であり、先述の意味論的な主張なのである。これらは定理とみなされることもあるが、実質的にはこの体系のすべての真理の前提であり、むしろ意味論的公理と呼ばれるべきものであろう。

では、これらの意味論的公理からの帰結を確かめてみよう。以下のような定理ないし派生規則が証明される。

【表 3.3　定理あるいは派生規則】

0N1	$\dfrac{\begin{array}{c} p \\ 0 \end{array}}{\begin{array}{c} \neg p \\ 1 \end{array}}$	N10	$\dfrac{\begin{array}{c} \neg p \\ 1 \end{array}}{\begin{array}{c} p \\ 0 \end{array}}$

1N0	$\dfrac{\begin{matrix}p\\1\end{matrix}}{\begin{matrix}\neg p\\0\end{matrix}}$	N01	$\dfrac{\begin{matrix}\neg p\\0\end{matrix}}{\begin{matrix}p\\1\end{matrix}}$
SRAA 10	$\dfrac{\begin{matrix}\cancel{\begin{matrix}p\\1\end{matrix}}\\ \vert\\ \bot\end{matrix}}{\begin{matrix}p\\0\end{matrix}}$	SRAA 01	$\dfrac{\begin{matrix}\cancel{\begin{matrix}p\\0\end{matrix}}\\ \vert\\ \bot\end{matrix}}{\begin{matrix}p\\1\end{matrix}}$

SRAAという二つの規則は、意味論的背理法Semantic Reductio Ad Absurdumである。また、先に規則として挙げたE¬1とE¬0はこれらから導出できる。

証明：

p1とおく。p0とする。矛盾。¬p1。それゆえ0N1がなりたつ。

¬p1とおく。¬p0とする。矛盾。¬¬p0。p0。それゆえN10がなりたつ。

p1とする。¬p1とおく。矛盾。¬¬p1。¬p0。それゆえ1N0がなりたつ。

¬p0とおく。¬¬p1。p1。それゆえN01がなりたつ。

p1とおく。p1ならば矛盾、とする。矛盾。¬p1。p0。それゆえSRAA10がなりたつ。

p0とおく。p0ならば矛盾、とする。矛盾。¬p0。p1。それゆえSRAA01がなりたつ。

p1とおく。¬p1とする。p0。矛盾。それゆえE¬1がなりたつ。

¬p0とおく。さらにp0とおく。するとp1。矛盾。それゆえE¬0がなりたつ。■

かくして、意味論的公理を前提することにより、否定がもつ主な性質を導くことができる。

3.3. 否定の選択

しかし、逆に、これらの性質を意味論的証明の原則とみることもできる。これらを前提することにより、もとの規則を導出することができるからである（以下、二つの規則を 1/0 などと略記する）。

先の議論を振り返ってみよう。結局、以下のような規則の集合 N1、N2 を考えることができ、前者 N1 から後者 N2 が導かれることが示された。

N1 = {I¬1/0, DN1/0, SLC}

N2 = {0N1, 1N0, N10, N01, SRAA10/01, E¬1}

（ただし、N1 においては、E¬1/0 はともに定理であり、N2 においては E¬0 が定理となる。これらを公理としてとる必要はない。）

しかしそればかりではない。その逆もまた成り立つ。すなわち、N2 から N1 を導くことができる。したがって、N1 と N2 は同値である。これを示そう。

証明：

p0 とおく。すると ¬p1。さらに ¬p0 とおく。すると p1。矛盾。それゆえ E¬0 がなりたつ。

p1/0 とおく。p1/0 ならば矛盾、とする。矛盾。p0/1。¬p1/0。それゆえ I¬1/0 がなりたつ。

¬¬p1/0 とおく。すると ¬p0/1。よって p1/0。それゆえ DN1/0 がなりたつ。

p1 とおく。さらに p0 とおく。すると ¬p1。矛盾。それゆえ SLC がなりたつ。■

このような事情から、自然演繹の場合もそうであったように、否定の規則として通用しうるものが複数ありうることが予想される。この予想は正しく、実際に否定の捉え方には選択の余地がある。ここではその可能性をもうひとつ示しておこう。すなわち、以下の二つの規則の集合も否定を特徴づけるのに適切なものであり、両者は同値である。

N3 = {I¬1/0, DN1/0, E¬1, 0N1, N10}

N4 = {SRAA10/01, SLC, E¬0, N01, 1N0}

証明：
(N3 から N4)
¬p0 とおく。すると ¬¬p1。よって p1。それゆえ N01 がなりたつ。
p1 とおく。他方で ¬p1 とおく。矛盾。ゆえに ¬¬p1。よって ¬p0。それゆえ 1N0 がなりたつ。
p1 とおく。p1 ならば矛盾、とする。矛盾。ゆえに ¬p1。よって p0。それゆえ SRAA10 がなりたつ。
¬p1 とおく。すると p0。p0 ならば矛盾、とする。矛盾。ゆえに ¬¬p1。よって p1。それゆえ SRAA01 がなりたつ。
p1 とおく。さらに p0 とおく。すると ¬p1。矛盾。それゆえ SLC がなりたつ。
¬p0 とおく。すると p1。さらに p0 とおく。すると ¬p1。矛盾。それゆえ E¬0 がなりたつ。

(N4 から N3)
¬p1 とおく。p1 とおく。すると ¬p0。矛盾。それゆえ E¬1 がなりたつ。
¬p0 とおく。p1。p1 ならば矛盾、とする。矛盾。ゆえに ¬p1。それゆえ I¬1 がなりたつ。

p0とおく。p0ならば矛盾、とする。矛盾。p1。ゆえに¬p0。それゆえI¬0がなりたつ。

¬¬p1とおく。すると¬¬¬p0。すると¬p0。よってp1。それゆえDN1がなりたつ。

¬¬p0とおく。すると¬p1。p1とおく。すると¬p0。矛盾。よってp0。それゆえDN0がなりたつ。

p0とおく。さらに¬p0とおく。矛盾。よって¬p1。それゆえ0N1がなりたつ。

¬p1とおく。さらに¬p0とおく。矛盾。よって¬¬p0。よってp0。それゆえN10がなりたつ。■

4. 演繹の拡張（2）：述語論理

文論理の範囲での規則については以上とする。続いて、述語論理のための規則について考えてみよう。述語論理のための規則は、量化文が真である場合と偽である場合について与えられればよい。それは以下のようになるであろう。

【表4　述語論理の規則】

E∀1	$\dfrac{\begin{array}{c}\forall x\ Fx\\ 1\end{array}}{\begin{array}{c}Ft\\ 1\end{array}}$	I∀1	$\dfrac{\begin{array}{c}\vert\\ Fa\\ 1\end{array}}{\begin{array}{c}\forall x\ Fx\\ 1\end{array}}$
E∃1	$\dfrac{\begin{array}{c}\exists x\ Fx\\ 1\end{array}\qquad\begin{array}{c}\cancel{Fa}\\ \cancel{1}\\ \vert\\ X\end{array}}{X}$	I∃1	$\dfrac{\begin{array}{c}Ft\\ 1\end{array}}{\begin{array}{c}\exists x\ Fx\\ 1\end{array}}$

E∀0	$\dfrac{\begin{matrix}\forall x\ Fx\\ 0\end{matrix} \qquad \begin{matrix}\cancel{Fa}\\ \cancel{0}\\ \vdots \\ X\end{matrix}}{X}$	I∀0	$\dfrac{\begin{matrix}Ft\\ 0\end{matrix}}{\begin{matrix}\forall x\ Fx\\ 0\end{matrix}}$
E∃0	$\dfrac{\begin{matrix}\exists x\ Fx\\ 0\end{matrix}}{\begin{matrix}Ft\\ 0\end{matrix}}$	I∃0	$\dfrac{\begin{matrix}\vdots\\ Fa\\ 0\end{matrix}}{\begin{matrix}\exists x\ Fx\\ 0\end{matrix}}$

上掲の表において、t は任意の項、a はいわゆる固有変項 Eigenvariable を表す。固有変項に対する条件は自然演繹におけるのと同様である。固有変項は、導入規則（I ∀ 1、I ∃ 0）においては、その項を含む式が依存する仮定のなかに含まれていてはならず、除去規則（E ∃ 1、E ∀ 0）においては、他の仮定の中に含まれていてはならない。

5. 仮定について

以上が、意味論の立場から証明を行うための手段となる論理体系である。いま、その性格についてまとめるならば、それは、自然演繹の方法を、タブローの方法で扱うような符号付論理式の場合に拡張し、さらにいくつかの意味論的公理を前提するものであった。

意味論的公理としては、古来、矛盾律と排中律とが挙げられてきたが、この体系を建設するに当たってこれまで展開してきた考察により、この選択の正しさが示されたようにも思われる。

しかし、意味論的公理となりうるものが他にないわけではない。とくに重要に思われるのは意味論的背理法 SRAA である。すでに示したように、これは矛盾律 SLC や排中律 SLEM と同値であり、それゆえ、論理の根本法則

となる資格を有している。だが、同値であるということ以外に、この規則に固有の性格が取り上げられ、検討されるべきである。というのも、背理法という推理の形式がもつ意味は、構文論においては問題とはならず、意味論の観点から見たときに初めて了解されるものだからである。

背理法が用いられるとき何が行われているのかをよく観察してみよう。構文論の立場から見ると、背理法が適用されるということは、当初真であると仮定された文 p から矛盾が導かれ、その仮定がキャンセルされることにより、真なる文 $\neg$p が帰結する、ということである。この立場では、おかれている仮定は文であり、それが抹消され、改めて別な文が帰結として導かれる。

しかし、仮定そのものではなく、仮定するということを問題とする立場もありうるであろう。文は仮定の内容であって、仮定そのものではない。そう考えるならば、背理法によってキャンセルされているのは、文ではなく、仮定するという行為そのものでなければ筋が通らない。要するに、否定の導入という手続きは、記号の操作以前の、解釈の変更でもありうるであろう。そうであるとすれば、まさにそれを規則として具体化したものが意味論的背理法なのだということもできる。

かくして、証明を、記号を操作する行為連関の構造とみることができるように思われるのであるが、このような見方は、まさに証明を意味論的な立場から遂行することが可能であることを認めることによってはじめて成立するように思われるのである[iii]。

6. おわりに

本稿では、従来は考えられてこなかった意味論的な立場からの証明の可能性を考え、実際にそれがどのような体系に基づいて展開されなければならないのかを論じてきた。本稿で示した体系がいかなる論理的性質をもつのかをより詳しく解明することはもちろん重要な問題であり、さらに追及されねばならないであろうが、ここで考察のひと区切りとしたい。

注

i　証明と決定手続きの区別については永井（1981）に従う。

ii　実質的に同値な考察は Prawitz（2006: Appendix B）や Schütte（1977: Ch. I, II）にみられるが、これらの先行研究は従来の証明論の立場を堅持しており、本稿の主題である意味論的実践には注意していない。

iii　このような立場には Martin-Löf（1984）の考察に通じるものおそらくあろうが、詳細は他日を期したい。

文　献

［邦語］

永井成男（編著），1981，『現代論理学の方法』，八千代出版

［非邦語］

Martin-Löf, P., 1984, *Intuitionistic Type Theory*, Napoli: Bibliopolis

Prawitz, D., 2006, *Natural Deduction: A Proof-Theoretical Study*, Mineola (NY): Dover

Schütte, K., 1977, *Proof Theory*, Berlin: Springer

Semantical Proof

Nobuto SAITO

ABSTRACT

The distinction between syntax and semantics belongs to our obvious theoretical premises of the investigation into modern logic or theory of meaning, and we are always tacitly requested to keep in mind the difference of our own attitudes to logical systems. Following to this common understanding about what logic is, any proof must be carried out from the purely syntactical standpoint, according to which a proof is just the sequence of meaningless signs formed by applications of legitimate rules. It is quite sure that this methodological qualification is completely justifiable by the vast number of results by modern logical studies. Nevertheless, there might be possible cases in which we are forced to formalize the structure of an argument which is made up with already interpreted sentences and give a ‘proof’ of it, not from syntactical, but from semantical position. Such a kind of inference, of course, cannot be counted as an authentic proof if we stay ourselves in the customary framework of logic or proof theory. Because of this strict limitation on our understanding of what proof is, the tableau method is the only semantic means which we can make use of. Finding ourselves in some tension between theory and practice, it is natural for us to pose the questions as follows: Is there any ultimate reason for us to maintain the syntax-semantics distinction as absolute one? Can there not be ‘proofs’ searching for a necessary consequence starting from an interpretation of some given premises and assumptions?

In this paper we will make some considerations on the possibility of a proof method from semantic viewpoint. The tableau method and the natural deduction system will be combined to produce a useful system for logical reasoning based on semantic information, in which the respective inference rules are available for each type of signed formulae. At the end of our research we will obtain a suggestion that we could have different conceptions about the nature of proof.