

[論文]

メレオトポロジーにおける分配性

齋藤 暢 人

- 〈目次〉
0. はじめに
 1. 位相の分配性と単調性
 2. 単調性からの帰結
 3. 分配性の分析
 4. 分配性の一般化
 5. 補足
 6. おわりに

0. はじめに

筆者は以前、古典的メレオトポロジー-Classical Mereotopology (以下 CMT) の述語がもつ単調性 monotonicity について検討した⁽¹⁾。これにより、CMT の述語がいかなる基本性質をもつのかを明らかにすると同時に、そうした性質によってどのように特徴づけられるのかを論じた。つまり、先には単調性という性質を軸に考察をすすめたわけであるが、こうしたある切り口からの考察は、本来もっとなされて然るべきであろう。私見では、そのために適切な概念のひとつに分配性 distributivity がある。そこで本稿においては、CMT の述語の分配性を検討することとしよう。

周知のとおり、単調性と分配性は深い関連を有しており、本稿の内容は、先の論考の内容から全く独立した、新規な考察とはなっていない。しかしながら、さまざまな性質のあいだの関連性を具体的に突き止めることは重要であると考え、わずかばかりの進展の結果をここに報告することとする。

なお、以下の議論では古典的メレオロジー-Classical Mereology (以下 CM) の結果を利用するが、紙幅の都合上これらについては詳しい説明を省く⁽²⁾。

1. 位相の分配性と単調性

まず、本稿で考えたい分配性とはどのようなものか、これを簡単に述べておこう。分配性とは、次のような特徴をもつ述語の性質であるとする。すなわち、項 x と y が関数 γ をみだし、その値 $x \gamma y$ が述語 Φ をみたすとき、項 x と y がそれぞれ Φ をみだし、それらの値 Φx 、 Φy が関数 δ をみたすとき、 Φ は分配性をみたす、という。つまり以下である (ε は何らかの同値関係あるいは順序関係)。

$$\Phi(x \gamma y) \varepsilon \Phi x \delta \Phi y$$

このような特徴づけはきわめて一般的なもので、このままではほとんど無意味でさえあるが、以下において取り扱われる関数や述語がさまざまであるので、ここでは敢えてこうした漠然とした表現を用いておく。前置きはこのくらいにとどめて、すみやかに具体的な考察に移行するならば、この表現の曖昧さにまわりつく不安は直ちに解消されるであろう。

さて、古典的メレオトポロジー-CMTは、これまで他の個所で論じてきたように、位相作用素 c, i をもつ体系として特徴づけられるが、他方で固有の述語 C, D をもつ体系としてとらえることもできる。

問題となるのは後者の述語による表現のほうである。通常、述語がみたくべき性質は公理とされるが、こうした述語の性質を明らかにし、適切なものを選ぶのはそれほど容易ではない。具体的には、その解釈となりうる位相的構造を知ることによるほかないであろう。そこで、前者にあたる位相作用素による表現を先に確認しておくのが、メレオトポロジーの述語の特徴を分析する作業の手順としては適切である。

では、位相作用素によって表現される分配性とはいかなるものであろうか。それは次のようなものである。

$$(1.1) \quad c(x+y) = cx + cy$$

$$(1.2) \quad i(x \times y) = ix \times iy$$

もちろん、これらは次のように、その必要条件と十分条件とに分解することができる。

$$(1.3) \quad c(x+y) < cx + cy$$

$$(1.4) \quad cx + cy < c(x+y)$$

$$(1.5) \quad i(x \times y) < ix \times iy$$

$$(1.6) \quad ix \times iy < i(x \times y)$$

これらのうち、(1.4) および (1.5) は、それぞれ次の (1.7) および (1.8) と同値である.

$$(1.7) \quad x < y \rightarrow cx < cy$$

$$(1.8) \quad x < y \rightarrow ix < iy$$

証明：(1.4) と (1.7) の同値性のみ示す.

((1.4) から (1.7)) $x < y$ とする. すると $y = x + y$ (CM の定理).
よって $cy = c(x + y)$. (1.4) より $cx + cy < c(x + y)$. ゆえに $cx < c(x + y)$. 代入して $cx < cy$.

((1.7) から (1.4)) $x < x + y$ (CM の定理). (1.7) より $cx < c(x + y)$. 他方で $y < x + y$ (CM の定理). (1.7) より $cy < c(x + y)$. よって $cx + cy < c(x + y)$ (CM の定理). ■

要するに、分配性は、分配の必要条件と単調性に分解できるわけである. 改めて図示すると次のようになる.

$$\begin{array}{l} c(x+y) = cx + cy \\ i(x \times y) = ix \times iy \end{array} \left\{ \begin{array}{l} c(x+y) < cx + cy \\ x < y \rightarrow cx < cy \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} i(x \times y) < ix \times iy \\ x < y \rightarrow ix < iy \end{array} \right.$$

そして (これはすでに他で論じたことであるが) 単調性はさらに次のように変形できる. すなわち, (1.7) と (1.9), および (1.8) と (1.10) は同値である.

$$(1.9) \quad x < y \wedge x < > cz \wedge z < w \rightarrow y < > cw$$

$$(1.10) \quad x < y \wedge y < iz \wedge z < w \rightarrow x < iw$$

証明：(1.7) と (1.9) の同値性のみ示す。

((1.7) から (1.9)) $x < y \wedge x < > cz \wedge z < w$ とおく. すると $x < y$, かつ $x < > cz$. すると $y < > cz$ (CM の定理). 他方で $z < w$. (1.7) より $cz < cw$. よって $y < > cw$ (CM の定理).

((1.9) から (1.7)) $a < a$ は CM の公理. $a < > cx$, $x < y$ と仮定する. すると $a < a \wedge a < > cx \wedge x < y$. (1.9) より $a < > cy$. ゆえに $a < > cx \rightarrow a < > cy$. よって $cx < cy$ (CM の定理). ゆえに $x < y \rightarrow cx < cy$. ■

以上により, CMT における分配性と単調性の関係が明らかとなった. CMT の述語が単調性をもつということは既に明らかであったが, それらは同時に分配性をもつのである. 単調性は, 分配性の一側面に対応している.

しかしながら, 本稿の考察の目的は, 本来はこうしたことではない. 位相作用素によって表現された CMT の文からは, メレオトポロジーの位相的性質について比較的簡単に知ることができるのであるが, 問題は, その特徴がそれほど簡単には知られないメレオトポロジーの固有述語の位相的性質である. これこそが本来解明すべきことであり, そのために考察の駒を進めることとしよう.

2. 単調性からの帰結

2.1. 分配性とはなにか

すでにこれまで他の個所で論じてきたように, 位相作用素, すなわち開核 i および閉包 c は古典的メレオトポロジー CMT の固有述語 D および C と対応づけることができる.⁽³⁾ 具体的には, CMT の固有述語は, 位相作用素を原始概念とした場合には, 以下のように, 定義によって導入することができる

る.

$$(2.1.1) \quad Cxy := x \langle \rangle cy$$

$$(2.1.2) \quad Dxy := x \langle iy$$

この定義から、メレオトポロジーの固有述語の性質の一部は直ちに明らかにすることができる。定義の下で、CMTの述語の分配性は次のように表現できるのである。すなわち、先の(1.1)と(1.2)は、それぞれ(2.1.3)と(2.1.4)となる。

$$(2.1.3) \quad Cz(x+y) \leftrightarrow Czx \vee Czy \quad (\text{右分配})$$

$$(2.1.4) \quad Dz(x \times y) \leftrightarrow Dzx \wedge Dzy \quad (\text{右分配})$$

証明：(1.1)と(2.1.1)の同値性を示す。

((1.1)から(2.1.3)) $Cz(x+y)$ とする。定義より $z \langle \rangle c(x+y)$ 。

(1.1)より $z \langle \rangle cx + cy$ 。ゆえに $z \langle \rangle cx \vee z \langle \rangle cy$ (CMの定理)。定義より $Czx \vee Czy$ 。

((2.1.3)から(1.1)) $z \langle \rangle c(x+y)$ とする。定義より $Cz(x+y)$ 。

(2.1.3)より $Czx \vee Czy$ 。定義より $z \langle \rangle cx \vee z \langle \rangle cy$ 。よって $z \langle \rangle cx + cy$ (CMの定理)。■

ところで、ここで考察の対象となっているメレオトポロジーの固有述語C, Dは二項述語であるから、これらの分配性にはいくつかの変種がありうる。ここでそれらの分類について整理しておこう。さしあたりここでは、二種類の分配性を考えることができ、それらは第一項に関するものと第二項に関するものである。これらをそれぞれ左分配性、右分配性と呼ぶことができよう。

また、のちの議論で必要になるので、ここで同時に準備しておきたいこと

がある。それは、分配性の必要条件と十分条件の分類である。十分条件に名辞結合子をもつ法則を分析的（分配性）、必要条件にもつものを総合的（分配性）と呼ぶことにする。

それぞれ図式的に示せば次のようになる。

【表2.1.1 分配性の図式】

左分配性	$\Phi(x \gamma y) z \leftrightarrow \Phi xz \delta \Phi yz$
右分配性	$\Phi z(x \gamma y) \leftrightarrow \Phi zx \delta \Phi zy$
分析的	$\Phi(x \gamma y) \rightarrow \Phi \delta \Phi$
総合的	$\Phi \delta \Phi \rightarrow \Phi(x \gamma y)$

ここで Φ は任意のメレオトポロジーの述語（C, Dのいずれか）、 γ は名辞結合子（+, ×のいずれか）、 δ は文結合子（ \vee , \wedge のいずれか）である。なお、当然のことであるが、分析的かつ総合的であるならば、それは本来の意味での分配性となる。

2.2. 単調性から分配性へ

このように、メレオトポロジーの固有述語の性質の一部はほぼ自明なものではあるのだが、ここで明らかになったことがすべてではない。先に、位相作用素の分配性を単調性によって分析したが、ここから、分配性にはさらに別の一面があることが示唆される。では、それは一体いかなるものなのであろうか。

まず単調性の基本的な性質を確認しておこう（これは以前にも述べたことの確認であるが、必要な範囲で再説する）。先に位相作用素を用いて記述されたCMTの基本述語の単調性は、固有述語に関する定義を用いて以下のように記述しなおすことができる。

$$(2.2.1) \quad x < y \wedge Cxz \wedge z < w \rightarrow Cyw$$

$$(2.2.2) \quad x < y \wedge Dyz \wedge z < w \rightarrow Dxw$$

容易に確かめられるように、これらは次の主張と同値である。つまり、単調性はより単純な形の二つの式へと分解される。ここに登場する単調性の変種の組み合わせがメレオトポロジー的述語の変種に対応していて、メレオトポロジーの概念は多様な単調性によって特徴づけられるのであった。

$$(2.2.3) \quad x < y \rightarrow (Czx \rightarrow Czy) \quad (\text{左上方単調})$$

$$(2.2.4) \quad x < y \rightarrow (Cxz \rightarrow Cyz) \quad (\text{右上方単調})$$

$$(2.2.5) \quad x < y \rightarrow (Dzx \rightarrow Dzy) \quad (\text{左上方単調})$$

$$(2.2.6) \quad x < y \rightarrow (Dyz \rightarrow Dxz) \quad (\text{右下方単調})$$

証明：

((2.2.1) から (2.2.3)) $x < y$, Czx とする。 $z < z$ は CM の公理。すると $z < z \wedge Czx \wedge x < y$. (2.2.1) より Czy . ゆえに $Czx \rightarrow Czy$. したがって $x < y \rightarrow (Czx \rightarrow Czy)$.

((2.2.1) から (2.2.4)) $x < y$, Cxz とする。 $z < z$ は CM の公理。すると $x < y \wedge Cxz \wedge z < z$. (2.2.1) より Cyz . ゆえに $Cxz \rightarrow Cyz$. したがって $x < y \rightarrow (Cxz \rightarrow Cyz)$.

((2.2.3) および (2.2.4) から (2.2.1)) $x < y \wedge Cxz \wedge z < w$ とする。すると $x < y$ および Cxz . ここから、(2.2.3) より Cyz . 他方で $z < w$. これらと (2.2.4) より Cyw . ■

こうしてより単純な形の式へと分析されることにより、単調性は、以下のよう、分配性と同値であることが明らかとなる。

$$(2.2.7) \quad Czx \vee Czy \rightarrow Cz(x+y) \quad (\text{右総合的})$$

$$(2.2.8) \quad Cxz \vee Cyz \rightarrow C(x+y)z \quad (\text{左総合的})$$

$$(2.2.9) \quad Dz(x \times y) \rightarrow Dzx \wedge Dzy \quad (\text{右分析的})$$

$$(2.2.10) \quad D(x+y)z \rightarrow Dxz \wedge Dyz \quad (\text{左分析的})$$

証明：

((2.2.3) から (2.2.7)) $x < x+y$ (CM の定理). (2.2.3) より $Czx \rightarrow Cz(x+y)$. $y < x+y$ (CM の定理). (2.2.3) より $Czy \rightarrow Cz(x+y)$. ゆえに $Czx \vee Czy \rightarrow Cz(x+y)$.

((2.2.4) から (2.2.8)) $x < x+y$ (CM の定理). (2.2.4) より $Cxz \rightarrow C(x+y)z$. $y < x+y$ (CM の定理). (2.2.4) より $Cyz \rightarrow C(x+y)z$. ゆえに $Cxz \vee Cyz \rightarrow C(x+y)z$.

((2.2.7) から (2.2.3)) $x < y$. Czx . $Czx \vee Czy$. (2.2.7) より $Cz(x+y)$. $y = x+y$ (CM の定理). Czy . ゆえに $Czx \rightarrow Czy$. ゆえに $x < y \rightarrow (Czx \rightarrow Czy)$.

((2.2.8) から (2.2.4)) $x < y$. Cxz . $Cxz \vee Cyz$. (2.2.8) より $C(x+y)z$. $y = x+y$ (CM の定理). Cyz . ゆえに $Cxz \rightarrow Cyz$. ゆえに $x < y \rightarrow (Cxz \rightarrow Cyz)$.

((2.2.5) から (2.2.9)) $Dz(x \times y)$. $x \times y < x$ (CM の定理). (2.2.5) より Dzx . $x \times y < y$ (CM の定理). (2.2.5) より Dzy . ゆえに $Dzx \wedge Dzy$.

((2.2.6) から (2.2.10)) $D(x+y)z$. $x < x+y$ (CM の定理). (2.2.6) より $D(x+y)z \rightarrow Dxz$. よって Dxz . $y < x+y$ (CM の定理). (2.2.6) より $D(x+y)z \rightarrow Dyz$. よって Dyz . ゆえに $Dxz \wedge Dyz$.

((2.2.9) から (2.2.5)) $x < y$ とおく. Dzx とする. $x = x \times y$ (CM の定理). 代入より $Dz(x \times y)$. (2.2.9) より $Dzx \wedge Dzy$. よって Dzy . したがって $x < y \rightarrow (Dzx \rightarrow Dzy)$.

((2.2.10) から (2.2.6)) $x < y$ とおく. Dyz とする. $y = x+y$ (CM

の定理). 代入より $D(x+y)z$. (2.2.10) より $Dxz \wedge Dyz$. よって Dxz . したがって $x < y \rightarrow (Dyz \rightarrow Dxz)$. ■

以上によって、メレオトポロジーの固有述語の分配性を、その単調性からの帰結として導くことができた。この結果そのものにはもちろんそれなりの意義があるが、とりわけ注目したいのは、より一般に、メレオトポロジーの固有述語がいかなる性質をもつのか、ということである。単調性は顕著な性質であるが、これ以外にも重要な性質をもちうるであろう。分配性はそうした重要な性質の一部であろうが、ここで示したことがそのすべてではあるまい。目下の文脈に関連するものに限っても、さらに何らかの特徴があるのではないか。

3. 分配性の分析

前節の考察で明らかになったのは、分配性にはさまざまな変種があり、これまで論じられてきたのは、分配性のいわば半分であった、ということである。これまで登場したのは、そうした変種の一部にすぎなかった。

では、そもそもメレオトポロジー的述語はどのような性質をもつのであろうか。より直接的に問うならば、前節で登場しなかった以下の性質を、はたして CMT の述語はもちうるのであろうか。

$$(3.1) \quad c(x+y) < cx + cy$$

$$(3.2) \quad ix \times iy < i(x \times y)$$

まず、これらを CMT の述語によって書き換えてみよう。定義により、これらはそれぞれ次のようになる。

$$(3.3) \quad Cz(x+y) \rightarrow Czx \vee Czy \quad (\text{右分析的})$$

$$(3.4) \quad Dzx \wedge Dzy \rightarrow Dz(x \times y) \quad (\text{右総合的})$$

これらは (3.1) (3.2) の書き換えに過ぎないのであるから、C、D はそれぞれこのような性質をもつものとしなければならない。

ところで、さらに次が成り立つ。

$$(3.5) \quad x + y < cz \rightarrow x < cz \vee y < cz$$

$$(3.6) \quad x < iz \wedge y < iz \rightarrow x + y < iz$$

これらはいずれも、メレオロジーの定理の自明な変形にすぎない。そして、これらを定義に従って固有述語によって書き換えると、次のようになる。

$$(3.7) \quad C(x + y)z \rightarrow Cxz \vee Cyz \quad (\text{左分析的})$$

$$(3.8) \quad Dxz \wedge Dyz \rightarrow D(x + y)z \quad (\text{左総合的})$$

変形の始点がメレオロジーの定理であったのだから、これらもまた定理でなければならない。したがって、C、D はこうした性質をもつ、と言える。

この結果を踏まえて、これまでの議論を整理しよう。それによって、メレオトポロジーの述語が結局いかなる性質をもつのが明らかとなるであろう。これら (3.3), (3.4), (3.7), (3.8) を、先ほどの (2.2.7), (2.2.8), (2.2.9), (2.2.10) と総合すると、次が言える。

$$(3.9) \quad C(x + y)z \leftrightarrow Cxz \vee Cyz \quad (\text{左分配})$$

$$(3.10) \quad Cz(x + y) \leftrightarrow Czx \vee Czy \quad (\text{右分配})$$

$$(3.11) \quad D(x + y)z \leftrightarrow Dxz \wedge Dyz \quad (\text{左分配})$$

$$(3.12) \quad Dz(x \times y) \leftrightarrow Dzx \wedge Dzy \quad (\text{右分配})$$

ゆえに、CMTにおける固有述語であるC, Dは、いずれも、先に定義した意味での分配性をもっている。これらのうち、(3.10)と(3.12)は、すでに前節第一項において、定義からの直接の帰結として確かめたことであるが、さらに(3.9)および(3.11)が明らかになったことで、分配性をより広い観点からとらえなおすことができた。左分配性をもつことを明示できたことは重要であると考ええる。

しかし、全体像をとらええたことは良しとしつつも、一片の疑義もないわけではない。(3.11)のDの左分配性は、通常は分配性あるいは分配法則の事例とはみなされないかもしれない。これについてはどう考えるべきであろうか。

4. 分配性の一般化

前節での検討より、Dの左分配性がなぜ分配性と呼ばれうるのかについては、もう少し考察する必要があるであろう。改めてみてみよう。問題は次式である。

$$(4.1) \quad D(x+y)z \leftrightarrow Dxz \wedge Dyz$$

この式の奇妙さは次の点である。たしかにこの式においては、述語Dが左辺において分配されているのであるが、その主たる結合記号が通常は分配性のように対応していない。分配性においては、通常、 \times と \wedge が対応し、 $+$ と \vee が対応している。つまり、名辞と文の差異はあれ、積と積、和と和が対応しているのである。しかしこの式の場合、対応は積 \wedge と和 $+$ のあいだでなりたっており、通常は対応がいわば破られているのである。

この疑問は尤もであり、説明がなされるべきであろう。そこで考えをめぐらすと、前節の終わりすでに述べたように、分配性の概念を一般化するならば、こうした疑問に答えることができるように思われる。では、その一般化

とはいかなるものなのか. そのような一般化を許容することで, いかなる新しい知見が得られるのであろうか.

ここで, 考察の範囲を広げて, 古典的メレオトポロジー-CMT の他の述語についても, これまでみてきたような分配性が成り立つかどうかを考えてみよう. 他の述語とは, D, C の否定述語のことである. D, C の否定述語 R, E は, 以下のように定義される.

$$(4.2) \quad Rxy := \neg Dxy$$

$$(4.3) \quad Exy := \neg Cxy$$

これらにおいては, 以下のような分配性が成り立つ (定義より自明).

$$(4.4) \quad R(x+y)z \leftrightarrow Rxz \vee Ryz$$

$$(4.5) \quad Rz(x \times y) \leftrightarrow Rzx \vee Rzy$$

$$(4.6) \quad E(x+y)z \leftrightarrow Exz \wedge Eyz$$

$$(4.7) \quad Ez(x+y) \leftrightarrow Ezx \wedge Ezy$$

このなかで, 通常の分配性とみなされうるものは, 和と和が対応している (4.4) のわずかひとつである. それ以外はいずれも, 先の (4.1) と同様の意味において通常のものではなく, 和と積の組み合わせになっている. しかし, これらのすべては分配性からの自明な帰結であるから, これらもまた分配性なのだと思えるべきであろう. では, 以上の推論はいかなる根拠を以て正当化できるであろうか.

ここで話を整理するために, 結合記号の組み合わせを分類しておく. 和同士, 積同士の組み合わせを平行的 parallel, 和と積の組み合わせを交叉的 cross とよぶこととしよう. つまり, 以下のようにする.

【表4.1 平行性と交叉性】

	名辞結合子	文結合子
平行的	+	∨
	×	∧
交叉的	+	∧
	×	∨

結合子の組み合わせをたとえば (×, ∧) のように書くこととする (この例は平行的な組み合わせにあたる)。すると、以下のように、各述語の分配性をこのような記号によって略記することができる。

【表4.2 分配性の再分類】

	左分配	右分配
D	(+, ∧)	(×, ∧)
C	(+, ∨)	(+, ∨)
E	(+, ∧)	(+, ∧)
R	(+, ∨)	(×, ∨)

ここから直ちに明らかなように、DとCのみに注目すると、Dの左分配性はただひとつ交叉的であり、例外的に見えるが、E、Rをも考慮すると、交叉的な法則がほかにも成り立っており、決して例外ではないことがわかる。

のみならず、この結果から、メレオトポロジーの基本述語は、左右の分配性のどれが平行的でどれが交叉的であるかによって分類できることも明らかとなったと言えよう。⁽⁴⁾

以前に検討したように、CMTの述語は、単調性の上下左右のうち、いかなる性質をもつのかの組み合わせによって特徴づけることができるのであつた。⁽⁵⁾ この結果についてはここで詳しくは繰り返さないが、これまでの考察により、単調性だけでなく、分配性もまた、CMTの述語を特徴づけるような性質でありうるということが、以下のように明らかとなったと言えよう。

D, C, E, R の各述語には、それぞれ異なる分配性の組み合わせが対応しているのである。

【表4.3 CMT 述語の性質】

	単調性		分配性	
	左	右	左	右
D	上方	上方	交叉	平行
C	下方	上方	平行	平行
E	上方	下方	交叉	交叉
R	下方	下方	平行	交叉

したがって、本節のはじめに示した懸念は、このような視野の拡張によって払拭される。のみならず、この疑問にこたえるべくすすめられた考察により、分配性をとらえなおし、新しい概念によってメレオトポロジーの代数的性質について考察することができた。

本節の結論を述べておこう。ここでは、考察の結果、分配性の概念が拡張され、(4.1) のような特異なケースも含めて、この述語は分配的であるということが明らかとなった、と考える。細部における形式の一致は重要であるが、他の諸概念との連関や体系における位置づけの解明もまた重要であると言えるのではないか。

5. 補足

前節の結果には、すでに古典的メレオロジーCMにおいて対応するものがみいだされる。以下はCMの定理である。

右分配に関する定理

$$(5.1) \quad z < x \times y \leftrightarrow z < x \wedge z < y$$

$$(5.2) \quad z < > x + y \leftrightarrow z < > x \vee z < > y$$

$$(5.3) \quad z > < x + y \leftrightarrow z > < x \wedge z > < y$$

$$(5.4) \quad z > x \times y \leftrightarrow z > x \vee z > y$$

左分配に関する定理

$$(5.5) \quad x + y < z \leftrightarrow x < z \wedge y < z$$

$$(5.6) \quad x + y < > z \leftrightarrow x < > z \vee y < > z$$

$$(5.7) \quad x + y > < z \leftrightarrow x > < z \wedge y > < z$$

$$(5.8) \quad x + y > z \leftrightarrow x > z \vee y > z$$

証明はいずれも容易である。(5.1) (5.2) は定義から直ちに明らか。(5.5) は重要な CM の定理であり、(5.6) は $< >$ の対称性から導かれる。(5.3), (5.4), (5.7), (5.8) は、定義によってこれらから直ちに導かれる。

$<$ と $< >$ に関する定理 (5.1) と (5.2) から明らかのように、本来は \times と \wedge 、 $+$ と \vee が対応しており、先述の平行性と交叉性とはここでも確認できる。むしろ、ここにおいて既に確認できるのであり、ここにその原型がある、と言えるかもしれない。

【表5.1 CM 述語の性質】

	単調性		分配性	
	左	右	左	右
$<$	上方	上方	交叉	平行
$< >$	下方	上方	平行	平行
$> <$	上方	下方	交叉	交叉
$>$	下方	下方	平行	交叉

今回メレオトポロジーにおいて確認された固有述語の分配性は、その基礎にあるメレオロジーの述語の性質と一致している。これは、メレオトポロジーがメレオロジーをよく保存した拡張であることと符合しており、本稿の結

果はメレオロジーの一般化になっている。

6. おわりに

分配性は重要であるが自明な性質とみなされることがしばしばである。とくに、次が成り立つときには、これらのうちのいくつかは真に自明な帰結となるので、そうした見方には一応の根拠がある。

$$(6.1) \quad C_{xy} \rightarrow C_{yx}$$

$$(6.2) \quad D_{xy} \rightarrow D \sim y \sim x$$

しかし、メレオトポロジー的空間においてこれらが成り立つかどうかは自明ではない。これらは相当に強い要請であり、その限りで選択的であると言える。したがって、問題は、これらを前提しないときに、はたして述語がいかなる性質をもつのか、である。

本稿での考察が明らかにしたのは、これらを前提することなく、メレオトポロジー的関係の基本性質として分配性が成り立つ、ということである。ここから、分配性は、単調性とならんで、空間を分割する操作の基本性質とみることができよう。

だが、本稿の考察の帰結としてより一層注目したいことは、分配性という性質をとりあげ、それをより一般的なものへと拡張したことである。このような一般化のための舞台として、メレオロジー、メレオトポロジーは適切な研究対象であったが、拡張された分配性の概念がさらにどのような分野に関連するのかが興味あるところであり、今後研究を一層すすめたい。

文献

[邦語]

齋藤暢人, 2020, 「メレオトポロジーと単調性」『中央学院大学人間・自然論叢』

- 49, 29-44
 —, 2015, 「アリストテレスの様相論理とメレオトポロジー」『論理哲学研究』
 9, 33-56
 —, 2011, 「アリストテレス的論理とメレオロジー」『論理哲学研究』7, 39-55

[非邦語]

Simons, P. M., 1986, *Parts*, Clarendon

[注]

- (1) 齋藤 (2020). メレオトポロジーに関しては齋藤 (2015) などのみよ.
 (2) メレオロジーに関しては Simons (1986), 齋藤 (2011)などを参照せよ.
 (3) D は通常, 内的部分と解釈され, IP と記号化されることもあるが, 他方で依存性 dependence と解釈することもできるので, ここでは D とする.
 (4) もっとも, この平行, 交叉の概念には不明確なところがある. $\Phi(x\gamma y)$
 $\varepsilon \Phi x \delta \Phi y$ なる図式において, γ や δ の少なくとも片方を指定しないと, 正確な記述にならない. たとえば, γ を内部和あるいは内部積などとし, δ を外部和あるいは外部積などと呼んで区別すれば, どちらか一方を指定すれば, 平行と交叉の概念によって式を正しく記述することができるであろう.
 (5) 齋藤 (2020)