〔論文〕

高階様相論理におけるメレオトポロジー

齋　藤　暢　人

〈目　次〉

0．はじめに

C．I．ルイスとC．H．ラングフォードによって開始された様相論理の現代的研究はいまなお進展しつづけており，発展の必然である専門分化もまた著しい．結果として，その初期段階のアイディアのなかには発展が未消化に終わったものも少なくない．そのうちには再検討に値するものもあるであろう．ルイスらが導入した厳密含意の概念を改めて検討し，理論的発展に努めること，これもまたそうした課題のひとつであると言えよう．本稿においては，様相論理の基本概念の論理的性質を明らかにし，メレオトポロジーとの関係について考察する．

議論は以下のように進む．厳密含意などの諸概念を様相関係としてとらえなおし，必然性などの通常の様相概念との対応を確認する（1）．そのうえで高階様相論理を導入し，基礎的な概念の関係を整理する（2）．さらに，高階様相論理においてメレオロジー的定理がなりたつことを示す（3）．この結果をもとに，高階様相論理においてメレオトポロジーの基本性質を再現する（4）．最後に，議論の過程で登場した様相概念の意味について考察する（5）．

1．様相関係から様相概念へ

ルイスらの様相論理研究は，実質含意 material implication から区別されるべき厳密含意 strict implication の研究であった．ルイスらは厳密含意を表すのに特殊な記号を用いるが，本稿では $p \Rightarrow q$ であらわすこととしよう．この概念の論理的性質について，ルイスらは詳細な研究を残しているが，注目したいのは他の概念との相関である．たとえば，厳密含意によって，両立可能性 $p \bigcirc q$ を以下のように定義することができる．

$$p \bigcirc q := \neg(p \Rightarrow \neg q)$$

すなわち，厳密含意と両立可能性はある種の双対関係にある．管見のかぎりでは，このような諸概念の関連性を掘り下げる研究はあまり進展していない．まずはここに光を当てることで，様相論理を新しい角度からとらえなおしてみたい．

厳密含意や両立可能性の否定概念もまた双対関係にあり，外的否定（全体否定）と内的否定（部分否定）を介して相互に連関している．すなわち，あまり一般的ではないが，厳密不含意（厳密含意の否定）$\Leftarrow$ や両立不可能 $\bullet$ という概念をあえて考慮するならば，これらもまた厳密含意によって定義することができるのである．

$$p \bullet q := p \Rightarrow \neg q$$
$$p \Leftarrow q := \neg(p \Rightarrow q)$$

これらの諸概念はいずれも様相的な含みをもっており，厳密含意はいわばこれらを代表している．これらを以下では「様相関係」と呼ぶこととしよう．これまでの記述から明らかなように，様相関係のあいだには次のように図示できる関係がある．

厳密含意	両立不可能
$p \Rightarrow q$	$p \Rightarrow \neg q$
$\neg(p \bigcirc \neg q)$	$\neg(p \bigcirc q)$
$p \bullet \neg q$	$p \bullet q$
$\neg(p \Leftarrow q)$	$\neg(p \Leftarrow \neg q)$
両立可能	**厳密不含意**
$\neg(p \Rightarrow \neg q)$	$\neg(p \Rightarrow q)$
$p \bigcirc q$	$p \bigcirc \neg q$
$\neg(p \bullet q)$	$\neg(p \bullet \neg q)$
$p \Leftarrow \neg q$	$p \Leftarrow q$

【図 1.1　様相関係の対当】

この図は諸概念の矛盾対当関係を表しており，伝統的には「対当の方形」と呼ばれてきたものに相当する．図中の各欄の四式はすべて同値である．

しかしながら，対当とは，本来は，必然性□，非必然性■，可能性◇，不可能性◆という四つの様相概念のあいだの諸関係の総称であった．これら四つの様相概念のあいだには，すでにアリストテレスに知られていたごとく，以下のような関係がある[1]．

必然 $\Box p$ $\neg\Diamond\neg p$ $\blacklozenge\neg p$ $\neg\blacksquare p$	不可能 $\Box\neg p$ $\neg\Diamond p$ $\blacklozenge p$ $\neg\blacksquare\neg p$
可能 $\neg\Box\neg p$ $\Diamond p$ $\neg\blacklozenge p$ $\blacksquare\neg p$	非必然 $\neg\Box p$ $\Diamond\neg p$ $\neg\blacklozenge\neg p$ $\blacksquare p$

【図 1.2　様相概念の対当】

先の図とこの図の相似は明白である．この事実は，様相関係と様相概念が相互に対応することを示唆する．実際，様相概念を様相関係から規定することができる．つまり，様相関係は様相概念の基礎たりうるのである．このことを確かめてみよう．

まず，様相概念を様相関係から抽出する．というのも，様相関係は，論理的関係と様相概念からの合成物であるとみなすことができるからである．すなわち，厳密含意は，次のように，いわば必然的条件（必然的に p ならば q）を定義づける関係でありうる．

$$\Box(p \rightarrow q) := p \Rightarrow q$$

こうしたことは他の関係についても同様であって，両立可能性は可能的連言である，などとなる．

$\Diamond(p \wedge q) := p \bigcirc q$

$\blacklozenge(p \wedge q) := p \bullet q$

$\blacksquare(p \rightarrow q) := p \Leftarrow q$

すると，これらから，様相概念を様相関係によって定義できることがわかる．必然性と可能性は次のようにすればよい．

$\Box p := \neg p \Rightarrow p$

$\Diamond p := p \bigcirc p$

ところで，次の関係，いわゆる必然性と可能性の相互定義可能性は，様相概念の基本的な性質である．

$\Box p \leftrightarrow \neg \Diamond \neg p$

$\Diamond p \leftrightarrow \neg \Box \neg p$

この性質が，いま述べた様相関係による定義の下でもなりたつことを確かめておこう．

まず，$\Diamond p \leftrightarrow p \bigcirc p$ であるから，両辺を否定し，また p に $\neg p$ を代入すれば，$\neg\Diamond\neg p \leftrightarrow \neg(\neg p \bigcirc \neg p)$ となる．定義より，右辺は $\neg p \Rightarrow p$，すなわち $\Box p$ である．したがって $\Box p \leftrightarrow \neg\Diamond\neg p$ である．

他方で，$\Box p \leftrightarrow \neg p \Rightarrow p$ であるから，両辺を否定し，また p に $\neg p$ を代入すれば，$\neg\Box\neg p \leftrightarrow \neg(\neg\neg p \Rightarrow \neg p)$ であるが，右辺は明らかに $\neg(p \Rightarrow \neg p)$ である．定義より，この式は $p \bigcirc p$，すなわち $\Diamond p$ である．かくして $\Diamond p \leftrightarrow \neg\Box\neg p$ である．

以上から，様相関係をもとに様相概念を導入することが正当化された．様相関係は，様相概念を生み出すいわば母胎（マトリックス）である．それは様相概念の一般化であり，いっそう基本的な概念だとみなしうるのではないか．

2．高階様相論理の導入

様相関係から様相概念が産み落とされる過程を追跡したのであるが，これらについてはさらに考察の余地がある．というのも，高階様相論理を導入することで，各概念のあいだの関係が体系的に整理できるからである．高階様相論理においては命題への量化が許容されるが，これにより，様相概念は量化命題によって表現される．さらには，様相命題の内的な論理構造を分析し，そこにいわゆるメレオロジーの構造があることを確かめることもできる．こうしたことを，本節と次節において順次みてゆくこととする．

高階様相論理の領域に足を踏み入れることには懸念の声が聞かれる．しかし，ルイスらの研究は，そもそも命題の量化を含む高階様相論理を舞台に展開されたものであった．したがって，われわれの考察は，様相論理が本来もっていた射程を再測量しようとするものにすぎない．

まずは，様相関係と様相概念を結びつける式が命題の量化によって表現されうることを示そう．これは，本質的には和田和行によるものである[(2)]．具体的には次のことが成り立つ．

$\neg p \Rightarrow p \leftrightarrow \forall q(q \Rightarrow p)$

証明：

（必要性）$\neg p \Rightarrow p$．定義より$\Box(\neg p \rightarrow p)$．ゆえに$\Box(\neg\neg p \vee p)$．よって$\Box(p \vee p)$．ゆえに$\Box p$．ここから$p$．すると$q \rightarrow p$が言える．必然化により$q \Rightarrow p$．普遍汎化により$\forall q$

$(q \Rightarrow p)$.

（十分性）$\forall q(q \Rightarrow p)$ より $\neg p \Rightarrow p$. ■

ここから，必然性を次のように定義できることは明らかである.

$\Box p := \forall q(q \Rightarrow p)$

他の様相概念は，一般に行われているように，必然性の概念を用いて，次のように定義すればよい.

$\Diamond p := \neg\Box\neg p$

$\blacklozenge p := \Box\neg p$

$\blacksquare p := \neg\Box p$

ただし，明らかに次のことが成り立つ.

$\Diamond p \leftrightarrow p \bigcirc p$

$\blacklozenge p \leftrightarrow p \bullet p$

$\blacksquare p \leftrightarrow \neg p \Leftarrow p$

他方で，先の高階様相論理における定義から次のようなことが言える.

$\Diamond p \leftrightarrow \exists q(q \bigcirc p)$

$\blacklozenge p \leftrightarrow \forall q(q \bullet p)$

$\blacksquare p \leftrightarrow \exists q(q \Leftarrow p)$

ゆえに，次の同値文が成り立つ.

$p \bigcirc p \leftrightarrow \exists q(q \bigcirc p)$

$p \bullet p \leftrightarrow \forall q(q \bullet p)$

$\neg p \Leftarrow p \leftrightarrow \exists q(q \Leftarrow p)$

これらは高階様相論理の定理として直接証明することもできる．例として $p \bigcirc p \leftrightarrow \exists q(q \bigcirc p)$ の証明を示そう．

証明：

（必要性）$p \bigcirc p$ とする．定義より $\Diamond(p \wedge p)$．ゆえに $\exists q \Diamond(q \wedge p)$．定義より $\exists q(q \bigcirc p)$．

（十分性）$\exists q(q \bigcirc p)$ とする．$q \bigcirc p$ と仮定する．定義より $\Diamond(q \wedge p)$．$q \wedge p$ と仮定する．すると p．よって $p \wedge p$．すると $\Diamond(p \wedge p)$．ゆえに $p \bigcirc p$．■

様相概念が様相関係によって定義可能であることは既知であるから，この新たな定義可能性それ自体に格別の意義はない．しかしながら，高階様相論理においては，様相概念は量化概念の基本性質にしたがって整理されることがわかる．これらのあいだにはある種の双対関係があったが，これは量化の概念の相互関係において明示的なものとなっている．

なお，様相論理はいわゆる原子論に関しては中立であるが，敢えてそれを仮定した理論を考えることができる．原子論はいくつかの異なる方法で定式化できるが，たとえば次のような主張である．

$\forall q(\neg(p \Rightarrow q) \leftrightarrow (p \Rightarrow \neg q))$

この仮定の下では，たとえば $p \Rightarrow q$ と $p \bigcirc q$ は同値となる．よって $\Diamond p$ もまた $\exists q(q \Rightarrow p)$ となり，概念的資源はいっそう簡素化される[(3)]．

3．様相命題の内的構造

高階様相論理の導入によるもうひとつの帰結をみてゆこう．高階様相論理において導かれる定理のなかには，様相論理における基本的な文の言い換えを可能とするようなものが含まれている．つまり，様相論理の基本概念の必要十分条件が与えられるのであるが，これにより，さらに様相論理の諸概念がどのように相関するのかも明らかとなる．結局のところ，そうした関係のなす構造はメレオロジーのそれに接近するのである．

以下定理を確認してゆこう．まず，厳密含意に関して以下が成り立つ．

$p \Rightarrow q \leftrightarrow \forall r((r \Rightarrow p) \Rightarrow (r \Rightarrow q))$

$p \Rightarrow q \leftrightarrow \forall r((r \bigcirc p) \Rightarrow (r \bigcirc q))$

証明：

（必要性）三段論法による．

（十分性）$p \Rightarrow p$ に注意すると明らか．

（必要性）$p \Rightarrow q$ かつ $r \bigcirc p$ とする．$r \wedge p$ を仮定する．p．$p \Rightarrow q$ より $p \rightarrow q$．よって q．他方で r．ゆえに $r \wedge q$．よって $r \bigcirc q$．それゆえ $(r \bigcirc p) \rightarrow (r \bigcirc q)$．必然化により $(r \bigcirc p) \Rightarrow (r \bigcirc q)$．普遍汎化により．$\forall r((r \bigcirc p) \Rightarrow (r \bigcirc q))$．

（十分性）$\forall r((r \bigcirc p) \Rightarrow (r \bigcirc q))$ とする．すると $\forall r(\neg(r \bigcirc q) \Rightarrow \neg(r \bigcirc p))$．ゆえに $\forall r((r \Rightarrow \neg q) \Rightarrow (r \Rightarrow \neg p))$．定理より $\neg q \Rightarrow \neg p$．対偶より $p \Rightarrow q$．■

これらの定理のうち，必要性は当初から認識されていたが，十分性はそうではなかったように思われる．考察の舞台が高階様相論理であることを忘れなければ，ここで与えられた必要十分条件が成り立つことは自明といってよ

い事柄である．

さらに，この定理から，両立可能性に関して以下が成り立つ．

$$p \bigcirc q \leftrightarrow \exists r((r \Rightarrow p) \bigcirc (r \bigcirc q))$$
$$p \bigcirc q \leftrightarrow \exists r((r \bigcirc p) \bigcirc (r \Rightarrow q))$$

証明は省略する（定義より明らか）．

もちろん，これらの一部はすでにルイス，ラングフォードが発見しており，様相論理の古典的な結果である．しかしながら，ポイントはそのさらなる一般化について洞察することである．

この一般化は，ある他の理論との関連性を明らかにするという意味でいささか重要である．すなわち，これらの定理は，以下のような，いわゆる古典的メレオロジーClassical Mereology の定理の類似物なのである．

$$x < y \leftrightarrow \forall z(z < x \rightarrow z < y)$$
$$x < y \leftrightarrow \forall z(z <> x \rightarrow z <> y)$$
$$x <> y \leftrightarrow \exists z(z < x \wedge z <> y)$$
$$x <> y \leftrightarrow \exists z(z <> x \wedge z < y)$$

したがって，こうした一般化の可能性は，様相論理を一種のメレオロジーとしてみることができることを意味している．

ただし，対応は完全なものではなく，古典的メレオロジーを特徴づけるような文は成り立たない．すなわち，メレオロジーにおける強補足性および和の定義は以下である．

$$x < y \leftrightarrow \forall z(z < x \rightarrow z <> y)$$
$$x <> y \leftrightarrow \exists z(z < x \wedge z < y)$$

しかしこれらに対応する以下のような文は様相論理の定理ではない.

$p \Rightarrow q \leftrightarrow \forall r((r \Rightarrow p) \Rightarrow (r \bigcirc q))$
$p \bigcirc q \leftrightarrow \exists r((r \Rightarrow p) \bigcirc (r \Rightarrow q))$

　ではあるものの，ある条件のもとでは，様相論理において対応する文が定理となる．この点について注意しておく.

　先の文が定理でない原因としては，次のようなことが考えられる．メレオロジーにおいて以下は定理である.

$x < y \rightarrow x <> y$

しかし，以下は様相論理の定理ではないのである.

$p \Rightarrow q \rightarrow p \bigcirc q$

　この事実は，ルイスらが自ら指摘している(4)．しかし，奇怪なことに，続けて彼らは以下を示しているが,

$p \bigcirc p \rightarrow (\neg(p \bigcirc q) \rightarrow \neg(p \Rightarrow q))$
$p \bigcirc p \wedge p \Rightarrow q \rightarrow \neg(p \Rightarrow \neg q)$

にもかかわらず，ここから自明的に帰結する以下の定理を示していない．これには定義による書き換えを要するにすぎないのであるが.

$\Diamond p \rightarrow (p \Rightarrow q \rightarrow p \bigcirc q)$

なぜルイスらがこの定理を明確に示さなかったのか，理由は審らかではない

が，これがなりたつことにより，メレオロジーに関連するいくらかの定理は容易に導かれる．先に検討した文の修正版にあたる以下の文が定理となる．

$$p \Rightarrow q \leftrightarrow \forall r(\Diamond r \rightarrow (r \Rightarrow p) \Rightarrow (r \bigcirc q))$$

$$p \bigcirc q \leftrightarrow \exists r(\Diamond r \wedge (r \Rightarrow p) \bigcirc (r \Rightarrow q))$$

ただし，必要性は先の補題$\Diamond p \rightarrow (p \Rightarrow q \rightarrow p \bigcirc q)$によって成り立つが，十分性は公理として認める．メレオロジーに関する定理が導かれるということは，メレオロジーの原始述語の相互関係がすでに明らかである以上，様相関係の相互関係もまた明らかになるということを意味する．

４．メレオトポロジーとの対応

以上みてきたように，高階様相論理においては，様相概念を量化の概念に対応づけることができるようになり，また，様相関係をメレオロジーと類比的にとらえることができるようになる．総じて，様相関係の体系的把握が可能となると言えよう．

こうした事情に鑑みると，メレオロジーとの類比が重要に思われてくる．様相関係のメレオロジー的性質をさらに検討することには，いくらかの価値があるであろう．たとえば，様相論理と，メレオロジーの位相的拡張であるメレオトポロジーとの対応を考えることもできるであろう．

周知のように，メレオトポロジーとは，メレオロジーに内的部分（依存）Dxy ないし連結 Cxy 関係を付加した体系であるが，これらの原始述語はメレオロジーの諸概念と位相作用素を用いることによって書き換えることができる．

$$Dxy \leftrightarrow x < iy$$

$$Cxy \leftrightarrow x <> cy$$

つまり，これらの基本概念は位相構造を下敷きとしており，したがって様相論理とは代数的構造を共有しているとみることができる．その結果，様相論理にはこれらの文に対応する文が存在し，この意味において様相論理とメレオトポロジーとを対応させることが可能である．

【表4.1　メレオトポロジーと様相論理の対応】

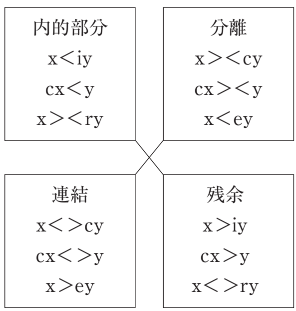
メレオトポロジー		様相論理
内的部分 Dxy	x ＜ iy	p ⇒ □ q
連結 Cxy	x ＜＞ cy	p ○ ◇ q

ところで，以下はメレオトポロジーの公理ないし定理である（いずれかを公理とすればよい）．

x＜iy ↔ cx＜y

x＜＞cy ↔ cx＜＞y

それゆえ，メレオトポロジーの定理として，主要な概念に対して以下のような複数の表現を与えることができる．



【図 4.1　メレオトポロジーの主要な概念】

すると，先のところから明らかなように，これらに対応する式を様相論理のなかにみつけることができる．まず，以下が様相論理Ｓ５における定理で

あることに注意する.

$p \Rightarrow \Box q \leftrightarrow \Diamond p \Rightarrow q$

$p \bigcirc \Diamond q \leftrightarrow \Diamond p \bigcirc q$

ここから，様相論理における基本的な文を以下のように整理することができる.

$p \Rightarrow \Box q$ $\Diamond p \Rightarrow q$ $p \bullet \blacksquare q$	$p \bullet \Diamond q$ $\Diamond p \bullet q$ $p \Rightarrow \blacklozenge q$
$p \bigcirc \Diamond q$ $\Diamond p \bigcirc q$ $p \Leftarrow \blacklozenge q$	$p \Leftarrow \Box q$ $\Diamond p \Leftarrow q$ $p \bigcirc \blacksquare q$

【図 4.2　様相論理の基本命題】

また，メレオトポロジーにおいては，基本的な概念の必要十分条件が知られており，これによって文の内部構造を分析することができた．その結果として，次のような言い換えが可能となる.

$\forall z\ (z<x \rightarrow z<iy)$ $\forall z\ (z<>cx \rightarrow z<>y)$ $\forall z\ (z<x \rightarrow ><ry)$	$\forall z(z<x \rightarrow z><cy)$ $\forall z\ (z<>cx \rightarrow z>y)$ $\forall >z\ (z<x \rightarrow z<ey)$
$\exists z\ (z<x \wedge z<>cy)$ $\exists z\ (z<>cx \wedge z<y)$ $\exists z\ (z<x \wedge z>ey)$	$\exists z\ (z<x \wedge z>iy)$ $\exists z\ (z<>cx \wedge z><y)$ $\exists z\ (z<x \wedge z<>ry)$

【図 4.3　メレオトポロジーの言い換え】

容易に推察されるように，このような言い換えは，様相論理の文においても可能である．すなわち，様相論理の文を分析し，その内的な論理構造を解

明することができる.

$\forall r((r \Rightarrow p) \Rightarrow (r \Rightarrow \Box q))$ $\forall r((r \bigcirc \Diamond p) \Rightarrow (r \bigcirc q))$ $\forall r((r \Rightarrow p) \Rightarrow (r \bullet \blacksquare q))$	$\forall r((r \Rightarrow p) \Rightarrow (r \bullet \Diamond q))$ $\forall r((r \bigcirc \Diamond p) \Rightarrow (r \Leftarrow q))$ $\forall r((r \Rightarrow p) \Rightarrow (r \Rightarrow \blacklozenge q))$
$\exists r((r \Rightarrow p) \bigcirc (r \bigcirc \Diamond q))$ $\exists r((r \bigcirc \Diamond p) \bigcirc (r \Rightarrow q))$ $\exists r((r \Rightarrow p) \bigcirc (r \Leftarrow \blacklozenge q))$	$\exists r((r \Rightarrow p) \bigcirc (r \Leftarrow \Box q))$ $\exists r((r \bigcirc \Diamond p) \bigcirc (r \bullet q))$ $\exists r((r \Rightarrow p) \bigcirc (r \bigcirc \blacksquare q))$

【図 4.4　様相論理の言い換え】

以上の考察により，高階様相論理の導入によって様相関係の相互関係が明らかとなり，様相論理の基本概念のなかにメレオトポロジーとの対応をみつけることができた.

しかしひとつ問題がある．それは，様相論理とメレオトポロジーの外形的類似性は明らかになったものの，その意味についての考察が十分になされていない，ということである．$p \Rightarrow \Box q$ などの文は，単純ではあるが，複数の様相をもつ文であり，メレオトポロジーの文とは異なる論理的特徴をもっている．こうした文の論理的特徴とは何であろうか.

5．複合的な様相の構造について：論理的確定性と事実性

この問題に答えるためには，基本概念である様相について再考するべきであろうと思われる．周知のように，様相論理体系 S 5 において様相は最大限単純化される．しかし，単純となるのは様相の重複であり，複文が全体として示す様相，いわば複合的な様相というものは残っている．ここでは，すでにカルナップが指摘しているような偶然性／非偶然性，あるいは，文の意味論的性質における事実性／L 確定性といわれる様相に注意すべきであろう[(5)].
それらは以下のように整理できる.

【表5.1　様相の相互関係】

<table>
<tr><td>$\Box p$　$\neg\Diamond\neg p$</td><td colspan="2">$\neg\Box p$　$\Diamond\neg p$</td></tr>
<tr><td colspan="2">$\neg\Box\neg p$　$\Diamond p$</td><td>$\Box\neg p$　$\neg\Diamond p$</td></tr>
<tr><td>必然　L 真</td><td colspan="2">非必然　非L 真</td></tr>
<tr><td colspan="2">可能　非L 偽</td><td>不可能　L 偽</td></tr>
<tr><td>非偶然
L 確定的</td><td>偶然
事実的</td><td>非偶然
L 確定的</td></tr>
</table>

事実性／L 確定性という新たな様相概念は，文の意味論的性質における様相的な性質の整理のために導入されたものである．結果的に偶然／非偶然という様相概念に対応しており，したがって，必然などの他の様相によって定義することができる．

【表5.2　偶然性とその関連概念】

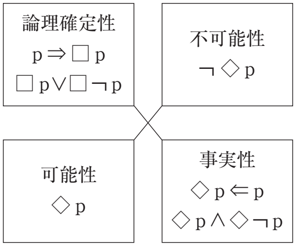
可能かつ非必然	偶然
必然または不可能	非偶然
非L 真かつ非L 偽	事実的
L 真または L 偽	L 確定的

ここでは概念を一本化し，$\Box p \vee \Box\neg p$ のほうを L 確定的，すなわち論理確定的と呼び，$\Diamond p \wedge \Diamond\neg p$ のほうは事実的と呼ぼう．

では，$p \Rightarrow \Box q$ などの文を，論理確定性／事実性という様相を利用して検討する理由は何であろうか．実は，以下に示すように，考察しようとしている文はこれらの様相を一般化したものである，と考えることができる．それゆえ，論理確定性／事実性を足掛かりとして，様相論理におけるメレオトポロジー的構造について論じることができるのである．

事実的／論理確定的という様相の一般化とはどういうことであろうか．様相論理の定理に注意しつつ，これらの論理的性質を分析してみると，次のことが明らかとなる．実は，$p \Rightarrow \Box p$ ないし $\Diamond p \Rightarrow p$ は，$\Box p \vee \Box\neg p$ と同値であり，p が論理確定的であることを意味する．そして，その否定（矛盾

対当）$p \Leftarrow \Box p$ ないし $\Diamond p \Leftarrow p$ は，論理確定性 $\Box p \vee \Box \neg p$ の否定であり，したがって $\Diamond p \wedge \Diamond \neg p$ と同値であって，p が事実的であることを意味するのである．これらの事情は，われわれにとってすでに見慣れたものとなった図によって整理できる．すなわち，以下のようになる．



【図 5.1　論理確定性と事実性】

先にわれわれが注意した $p \Rightarrow \Box q$，$\Diamond p \Leftarrow q$ などの文が，ここでの事実的，論理確定的な文とよく似ていることは改めて述べるまでもないであろう．では，この相似性とはいったい何であろうか．それは，考察している文が，事実的，論理確定的な文の一般化であるということに由来するものである．というのも，先の文において，p と q が同値であるとした特殊化は，事実的，論理確定的な文にほかならないからである．

したがって，$p \Rightarrow \Box q$ ないし $\Diamond p \Rightarrow q$ は，一般化された論理確定性であり，$p \Leftarrow \Box q$ ないし $\Diamond p \Leftarrow q$ は，一般化された事実性である．そして，これらがそれぞれ $\Box \neg p \vee \Box q$，$\Diamond p \wedge \Diamond \neg q$ と同値であるということは，様相論理の定理として証明できる．

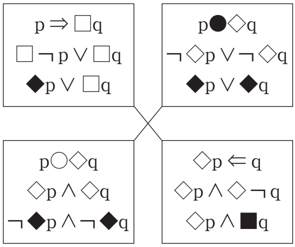
証明：

$p \Rightarrow \Box q$ とする．定義より $\Box(p \rightarrow \Box q)$．ゆえに $\Box(\neg p \vee \Box q)$．様相の還元定理より $\Box \neg p \vee \Box q$.

$\Diamond p \Leftarrow q$ とする．定義より $\neg \Box(\Diamond p \rightarrow q)$．ゆえに $\Diamond(\Diamond p \wedge \neg q)$．様相の還元定理より $\Diamond p \wedge \Diamond \neg q$.　■

他方で，p ⇒ □ q の双対は p ○◇ q であるが，これは◇ p ∧ ◇ q と同値である（定義と様相の還元定理による）．また，この文の否定（矛盾対当）p ●◇ q は¬◇ p ∨ ¬◇ q と同値である．

まとめると，以上の四つの文の相互関係は，次のように図示することができる．



【図 5.2　一般化された論理確定性と事実性】

このような一般化された論理確定性，事実性などの様相は，一般には異なる命題間の様相的関係を表しており，本稿の冒頭で述べたような様相関係の一種であると考えられる．

ここに至って考察を総括すると，高階様相論理を導入することで様相論理におけるメレオトポロジー的構造を考えることができたのであるが，このことのひとつの帰結として，論理確定性などの背景をなす，より一般的な論理的構造を明らかにすることができた．本稿の考察は様相関係の再検討から出発したのであるが，この関係が構成する豊かな論理的構造の一部を明らかにすることができた．

6．おわりに

高階様相論理の古典的な著作はガリンによるものであるが，モンタギュー文法研究が落ち着いて以降，発展的研究は登場しなかった．近年，一部の論者（ウィリアムソン）により高階様相論理の見直しが主張されており，ガリ

ンの著作はその主たる研究対象となっている[6]．本稿の考察は，そうした潮流とはやや異なる角度からではあるが，高階様相論理のもつポテンシャルに光を当てようとしたものである．今後一層の研究に努めたい．

〔文献〕

［非邦語］

Carnap, R., 1956, *Meaning and Necessity*, Chicago: University of Chicago Press（永井成男他訳，1974，『意味と必然性』，紀伊國屋書店）

Gallin, D, 1975, *Intensional and Higher Order Modal Logic*, Elsevier: Amsterdam

Lewis, C. I. & C. H. Langford, 1959, *Symbolic Logic*, New York: Dover

Williamson, T., 2013, *Modal Logic as Metaphysics*, Oxford: Oxford University Press

［邦語］

九鬼周造，1935，『偶然性の問題』，岩波書店

永井成男・和田和行，1997，『哲学的論理学――基礎と研究――』，北樹出版

和田和行，2019，『性質一元論』，せりか書房

〔注〕

（1）　九鬼周造が言及している．九鬼（1935：190-198）

（2）　和田（2019：63-83）

（3）　永井・和田（1997：267-278），Gallin（1975：84-89）

（4）　Lewis et al.（1959：157f.）

（5）　Carnap（1956：175）

（6）　Williamson（2013）