〔論文〕

基づけの諸類型

齋　藤　暢　人

〈目　次〉

0．はじめに

フッサール『論理学研究』第三研究における基づけ Fundierung 概念を含む全体部分論は，今日の眼で振り返るとメレオロジー，メレオトポロジーの先駆的業績であった．そこに含まれるアイディアは後進によって詳細に分析され，現代形而上学の研究に多大な影響を与えた．こうした学問的状況は大変喜ばしいものであるが，しかしながら，この基づけという概念には依然としてさらなる発展の余地が残されているようにも思われる．本稿ではそうした発展のひとつの可能性を具体的に示すことを試みる．

議論は以下のように進む．はじめに，フッサールの議論を現代的に整備したファインの理論を紹介する（1）．それによれば，フッサールの理論は本質的には位相空間論である．それゆえ，これは位相空間論的観点から拡張することが可能である．そのいくつかの可能性を具体的に検討し，理論的ヴァリアントを構成してゆく（2から6）．また，ファインの理論はメレオロジーの拡張でもあったが，考察の延長線上に，同じくメレオロジーの拡張であるアリストテレス的様相論理との接点が浮上してくる．これによって基づけ概念の多様な展開を包括的にとらえることの意義が明らかとなる（7）．

1．基づけの理論 F，WF，f1

フッサール『論理学研究』における，基づけ関係を含む全体・部分論はファインによって発展させられた．それによれば，基づけの理論には少なくとも二つが可能であり，さらにその代数的基底も与えられる．まず，フッサールのオリジナルな理論に比較的忠実な理論として次がある．

体系 F

$xFy \rightarrow y > x$

$xFy \wedge yFz \wedge z > x \rightarrow xFz$

$xFy \wedge x < z \wedge y > z \rightarrow zFy$

$xFy \wedge z < y \wedge z > x \rightarrow xFz$

この理論は少々複雑であるが，これと論理的に等しいが，しかしより単純なもうひとつの体系が以下のようにありうる．

体系 WF

$y < x \rightarrow xWFy$

$xWFy \wedge yWFz \rightarrow xWFz$

これらの体系の原始概念 F と WF は，以下のように相互定義可能である．

$xFy \leftrightarrow xWFy \wedge y > x$

$xWFy \leftrightarrow xFy \vee y < x$

これらを相互的定義とみなすことにより，一方の体系から他方を導出することができる．その意味で両体系は論理的に同値である．

さらに，WF は以下のような代数的構造に基づいている．

体系 f1

$x < fx$　（増大性）

$ffx < fx$　（冪等性）

$x < y$ ならば $fx < fy$　（単調性）

以下の定義の下で，WF と f1 は論理的に同値となる．

$xWFy \leftrightarrow y < fx$

述語 F，WF は関数 f の代数的性質によって規定されているのである．

2．ヴァリアント g1

前節で紹介した基づけ理論は，本質的には，ファイン自身が指摘しているように，一種の位相幾何学 topology である．概念 f がたしかに位相の特徴，閉包の概念の特徴をもっていることは，体系 f1 の公理から明らかであろう．

しかしながら，実は，f1 は未だ位相になってはいない．位相であるためにはいくつかの要件が欠けている．正確には，f1 は前閉包 pre-closure である[(1)]．これが位相ではないことは事実であるが，位相と全く無関係かというと，そのようなことはない．のちに示すように，必要な性質を適宜補うことでここから位相を得ることができる．つまり，これは位相のための土台にはなっているのであり，その意味において位相のヴァリエーションである．

なお，よく知られていることであるが，体系 f1 は次の単一の公理と同値になる[(2)]．

$x < fy \leftrightarrow fx < fy$

さて，これが位相的概念である閉包の変種のひとつであるとすれば，ここからまず次のような理論的可能性が直ちに思い浮かぶ．位相の特徴のひとつは，その双対が存在することである．たとえば閉包の双対的概念は開核である．したがって，前閉包にも，その双対である開核のヴァリエーション，いわば前開核 pre-open core がありうるであろう．それをいま g で表すこととしよう．すなわち以下である．

$gx := \sim f \sim x$

これは次のような公理系をみたす.

体系 g 1

gx＜x　　（減少性）

gx＜ggx　　（冪等性）

x＜y ならば gx＜gy　（単調性）

この g 1 は明らかに f 1 と同値である.

3．ヴァリアント MG

概念 g を用いることにより，次のような関係が定義できる.

xMGy：＝y＜＞gx

この概念 MG の意味論的内容はここでは詳しく分析しないが，古典的メレオロジーCM の述語である重複＜＞を含むことから，二つの対象のより深い結合を記述していることは容易に察せられるであろう．それゆえ述語 MG は firmly engaged から採った.

g の定義および CM より，述語 WF と MG とは次のような一種の双対関係にある.

xMGy↔¬～xWFy

この命題より，理論 WF を関係 MG によって書き換えることができ，したがって MG が次の公理系をみたすということがわかる.

体系 MG

$xMGy \rightarrow x<>y$

$xMGz \rightarrow xMG\sim y \vee yMGz$

この理論 MG は体系 g 1 と論理的に同値である.

4．ヴァリアント G

ところで，WF はいわば F から派生した概念であった．他方で，WF と MG は双対的であった．これらの事実から何が導かれるであろうか.

次のようなことが言える．すなわち，F に対して双対的であるような関係 G を以下のように考えることができる.

$xGy := y<>gx \vee y><x$

この関係 G が F と双対的であることは，概念 f，g の関係から導かれる次の式からわかる.

$xGy \leftrightarrow \neg\sim xFy$

この関係をもとに先の体系 F を書き換えるならば，G に関する理論の公理系 G を以下のよう得ることができる.

体系 G

$x><y \rightarrow < xGy$

$xGz \wedge z<>x \rightarrow xG\sim y \vee yGz$

$zGy \wedge z<x \wedge y<>z \rightarrow xGy$

$xGz \wedge z<y \wedge z<>x \rightarrow xGy$

F と WF が相互定義可能であったのと同様，G と MG もまた，以下のように相互定義可能である．

$xGy \leftrightarrow xMGy \vee y >< x$

$xMGy \leftrightarrow xGy \wedge y <> x$

これにより，体系 G と MG とは演繹的に同値である．

以上から明らかなように，F，WF，G，MG の四概念は，さまざまな論理的関係によって相互に緊密に結びついており，これらはすべて任意の他の概念によって言い換えることができる．関連事項をまとめておくと次のようになる．

【表 1　四概念の言い換え】

	F による	WF による	G による	MG による
F の表現	xFy	$xWFy \wedge y > x$	$\neg\sim xGy$	$\neg\sim xMGy \wedge y > x$
WF の表現	$xFy \vee y < x$	$xWFy$	$\neg\sim xGy \vee y < x$	$\neg\sim xMGy$
G の表現	$\neg\sim xFy$	$\neg\sim xWFy \vee y >< x$	xGy	$xMGy \vee y >< x$
MG の表現	$\neg\sim xFy \wedge y <> x$	$\neg\sim xWFy$	$xGy \wedge y <> x$	$xMGy$

注意すべき点として次がある．他の概念によって言い換えたとき，これらは古典的メレオロジーCM の概念<，<>，><，>を含む場合があるが，CM の概念の現れ方には一定のパターンがある．<は WF，<>は MG，><は G，>は F の言い換えにおいてのみ登場する．これは基づけと CM のあいだの相関を強く示唆する．このことについてはのちに再説する．

5．ヴァリアント WF^*，MG^*，F^*，G^*

以上みてきたように，f に対する g を考えることにより，MG や G といった新しい関係を見出すことができる．しかし話はこれで終わりではない．概念 g を用いることにより，WF に対する WF^* という新たな概念を考えるこ

とができる.

$xWF^{*}y := gy < x$

この関係の公理系は次のようなものである.

体系 WF^{*}

$y < x \rightarrow xWF^{*}y$

$xWF^{*}y \wedge yWF^{*}z \rightarrow xWF^{*}z$

これは g 1 と同値である．したがって，WF とよく似ているが，異なる概念であるとせねばならない.

以上の手続きと並行して，MG に対しても MG^{*}という概念を考えることができる.

$xMG^{*}y := gy <> x$

その公理系は以下のようになる.

体系 MG^{*}

$xMG^{*}y \rightarrow x <> y$

$xMG^{*}z \rightarrow xMG^{*}y \vee \sim yMG^{*}z$

これも g 1 と同値である.

さらに同様の手続きにより，さらに新しい概念を生み出すことができる．つまり，F や G に対しても同様の概念を考えることができるのである．F，G は，f，g によって表現すると次のようになる.

$xFy := y < fx \wedge y > x$

$xGy := y <> gx \vee y >< x$

ここから，それらに対して次のような F^*，G^*を考えることができる．$y < fx$ と $y <> gx$ を，それぞれと論理的によく似ているが異なる概念である $gy < x$ と $gy <> x$ によって置き換えるのである．

$xF^*y := gy < x \wedge y > x$

$xG^*y := gy <> x \vee y >< x$

これら F^*，G^*に関する公理系は以下のようなものとなる．

体系 F^*

$xF^*y \rightarrow y > x$

$xF^*y \wedge yF^*z \wedge z > x \rightarrow xF^*z$

$xF^*y \wedge z < y \wedge z > x \rightarrow xF^*z$

$xF^*y \wedge x < z \wedge y > z \rightarrow zF^*y$

体系 G^*

$x >< y \rightarrow xG^*y$

$xG^*z \wedge x <> z \rightarrow xG^*y \vee \sim yG^*z$

$xG^*z \wedge z < y \wedge x <> z \rightarrow xG^*z$

$xG^*z \wedge x < y \wedge x <> z \rightarrow yG^*z$

本節では既出の関係 F，WF，G，MG に対するヴァリアント F^*，WF^*，G^*，MG^*が体系的に見いだされたのであるが，これらについては何が言えるであろうか．まず，これらの諸概念のあいだには，F と WF，G と MG におけるのと同様，次のような相互定義可能性がなりたつ．

$xF^{*}y \leftrightarrow xWF^{*}y \wedge y > x$

$xWF^{*}y \leftrightarrow xF^{*}y \vee y < x$

$xG^{*}y \leftrightarrow xMG^{*}y \wedge y >< x$

$xMG^{*}y \leftrightarrow xG^{*}y \vee y >< x$

これらによって，体系 F^{*} と体系 WF^{*} は同値であり，体系 F^{*} と体系 G^{*} もまた同値であることが同様に確かめられる．

6．ヴァリアント f2，QC と位相

以上，概念 f を出発点のひとつとしながら，WF のさまざまなヴァリアントを構成してきた．これらの多様な概念のひろがりを統一的にとらえることはできるであろうか．

そのためにはもうひとつのヴァリアント，$x >< fy$ を考えるとよい．閉包に類似した概念 f は，$><$ よりもむしろ $><$ と相性が良い，ということに注目するのである．

だが，この概念が依拠する代数的構造はこれまでのものとは異なっている．閉包に類似した概念である f は，いま次のような性質をもつものとして再定義されなければならない．

体系 f2

$x < fx$	（増大性）
$f(x+y) < fx < fy$	（分配性）
$x < y$ ならば $fx < fy$	（単調性）

これは，f がいわゆるチェフ Čech のいう閉包空間 Closure Space をなすことを意味する[(3)]．これは，先の前閉包とは異なる意味で位相を弱めたもので

あり，位相のもうひとつのヴァリアントである．ここでは擬閉包 Quasi Closure と呼ぶこととしよう．

このようなものとしてとらえなおされた f により，次のような概念 QC が定義できる．

xQCy：＝x＜＞fy

f 2 は，QC の次の公理系と同値である．

体系 QC
x＜＞y→xQCy
zQCx＋y↔zQCx∨zQCy

f 1 に含まれる ffx ＜ fx は述語の推移性にあたるが，これをもたない概念はもちろん可能であろう．QC はそうした概念のひとつである．というのも，QC が意図しているのは連続性がもつべき性質の一部だからである．この QC を一般化したものが古典的メレオトポロジーCMT における連続性 C に他ならない．つまり一般化とは，その代数的基底である概念 f が位相となることである．それはいかなるときであろうか．

概念 f が位相となるのは，f が体系 f 1 と f 2 を同時にみたしているときである．つまり，f が以下の公理系 f 0 をみたしているとき，f は位相空間 Topological Space となる[(4)]．

体系 f 0
x＜fx
ffx＜fx
f(x＋y)＜fx＋fy
x＜y ならば fx＜fy

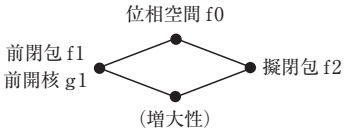
これらはいわゆるクラトフスキ Kuratowski の閉包公理と同値である．このとき，fx＜y は CMT の述語 Dxy であり，x＜＞fy は同じく述語 Cxy である．ただし，さらに次のこともなりたっていると認めねばならない（両式は同値なので，いずれかでよい）．

fx＜y↔x＜gy
x＜＞fy↔fx＜＞y

つまり，述語は次の性質をみたす．

Dxy↔D～y～x　　（対偶）
Cxy↔Cyx　　（対称性）

以上のように，位相空間を包括的枠組みとして採用することで，これまでの諸体系をそのヴァリアントとして理解することができる．具体的には，これらは以下のような関係にあるものとして理解されうる．



【図１　位相空間のヴァリアント】

以下，f0 をみたすような f，g は，それぞれ位相として c，i で表すこととする．各述語との対応をまとめておくと次のようになる．

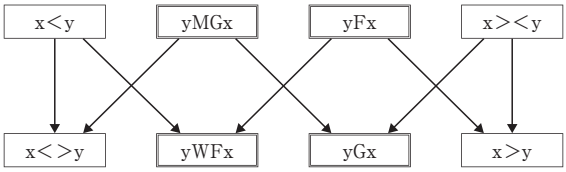
【表２　基づけの諸概念の関係】

yFx	x＜cy∧x＞y	N/A
yWFx	x＜cy	N/A
yMGx	x＜＞iy	WF の双対（¬～yWFx）
yGx	x＜＞iy∨x＞＜y	F の双対（¬～yFx）
yF^*x	ix＜y∧x＞y	F の対偶（～xF～y）
yWF^*x	ix＜y	WF の対偶（～xWF～y）
yMG^*x	ix＜＞y	WF^*の双対（¬～yWF^*x），MG の逆
yG^*x	ix＜＞y∨x＞＜y	F^*の双対（¬～yF^*x），G の逆

このように整理すると一目瞭然であるが，これらのあいだには密接な論理的関係がある．右欄にはその一端を挙げた（一部再掲）．

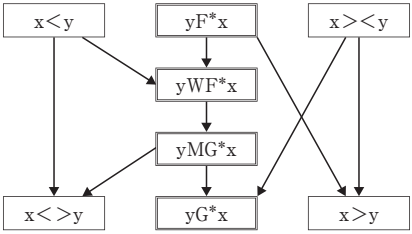
これまでに登場した諸概念は，いずれも WF のヴァリアントとみることもできるかもしれないが，いずれもメレオロジーの基本概念と関連しており，したがって基づけがメレオロジーの延長線上にあることは明らかであろう．そこで，これらとメレオロジー的概念の関係をここで整理しておこう．

CM の基本概念はいわゆる対当の関係にある．ここに基づけの諸概念を関連づけてみる．まず，F，G，WF，MG は，CM と次のような関係にある．



【図２　F，G，WF，MG と CM】

F^*，G^*，WF^*，MG^*は，CM と次のような関係にある．



【図３　F*，G*，WF*，MG*とCM】

こうした関連性が明らかになってくると，次のような疑問が湧き上がってくるであろう．つまり，より一般的に，アリストテレス的様相論理 AML との関係はどうであろうか，という疑問である．CM に位相を導入するということは，アリストテレス的論理 AL に様相を導入するということであるが，それはもちろん AML となる．では，基づけはこのような一般的な文脈のどこに位置づけられるのであろうか．

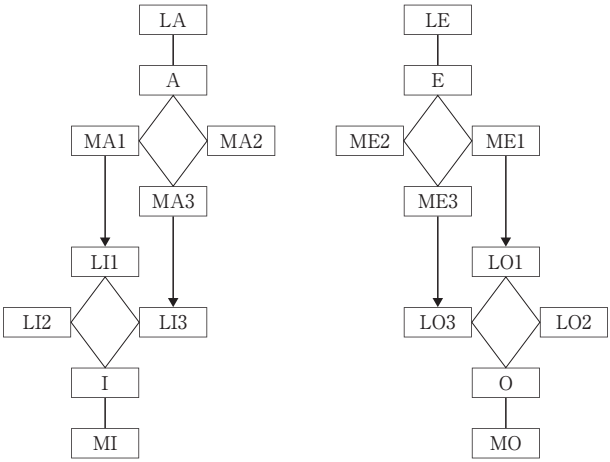
7．アリストテレス的様相論理との対応

以前論じたように，アリストテレス的様相論理 AML の基本的な命題とは以下のようなものであった[(5)]．

【表３　AML の基本文】

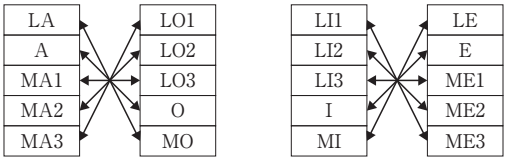
LA Dxy	cx<iy x<iy cx<y	LI1 Kxy	ix<>iy	LE Exy	x><cy cx><y cx><cy	LO1 –Hxy	ix>cy
A x<y	x<y	LI2 Gxy	x<>iy cx<>iy	E x><y	x><y	LO2 –Fxy	x>cy cx>cy
MA1 F'xy	ix<y ix<iy	LI3 G'xy	ix<>y ix<>cy	ME1 –G'xy	ix><y ix><cy	LO3 –F'xy	ix>y ix>iy
MA2 Fxy	x<cy cx<cy	I x<>y	x<>y	ME2 –Gxy	x><iy cx><iy	O x>y	x>y
MA3 Hxy	ix<cy	MI Cxy	x<>cy cx<>y cx<>cy	ME3 –Kxy	ix><iy	MO Rxy	cx>iy x>iy cx>y

これらは次のような拡張された対当の関係を構成している．



【図４　AML における対当】

見やすさのためにこれらのあいだの矛盾対当関係を別に示すと，以下である．



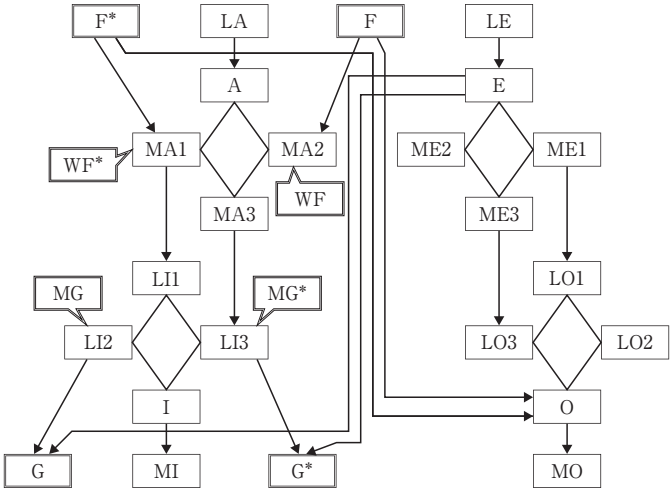
【図５　AML における矛盾対当】

位相的表現に現れた論理構造から，基づけの一部はこれらの一部と同一視できることがわかる．WF，MG，WF*，MG*の各概念は，以下のように，AML の概念 F，G，F’，G’ と論理構造を共有しているからである．

【表４　基づけと AML の共通点】

基づけ	位相的表現	AML
yWFx	x<cy	Fxy（MA2）
yMGx	x<>iy	Gxy（LI2）
yWF*x	ix<y	F'xy（MA1）
yMG*x	ix<>y	G'xy（LI3）

こうした諸点を考慮しつつ AML と基づけを統合し，両者の関係を明らかにしてみよう（ただし，基づけの諸関係は適宜その逆関係とする）.



【図６　基づけと AML の統合】

かくして，基づけをアリストテレス的様相論理 AML の一部とみることができるわけであるが，逆に，AML を基づけの延長線上にある理論とみることもできるであろう．もちろん，CM に相当する全体部分関係が外延的であるのに対し，基づけ概念は内包的であるから，この結果が自然なものであることは言うまでもない.

そして，この自然さこそが，これまでの考察の意義を明らかにするものである．本稿で論じてきた基づけ概念の拡張は，もちろん論理的に可能なものであったのだが，このように AML と対応するということから，そうした拡張，一般化は，基本的概念の包括的・体系的研究が必要であるという意味において必然的なものですらある，と言えよう．基づけ概念のヴァリアントは，AML と関連づけることで体系化することができるのである．

8．おわりに

本稿においては基づけ関係の論理的変種がいくつか考えられ，それぞれ体系化されると同時に，それらがアリストテレス的様相論理と関連することが明らかとされた．この結果はいくらかの意義を有するものであると考えるが，問題の全体像について論じることが中心となり，諸概念の関連性の詳細について十分に論じることができなかったのは遺憾である．基づけの諸概念のあいだの関係を整理するためにはいくらかの準備が必要であるが，その準備の過程にも興味深い論点が見出されるのである．この件については稿を改めて論じたい．

〔文献〕

［邦語］

齋藤暢人 , 2019a,「アリストテレス的様相論理のメレオトポロジー的再構築」『中央学院大学現代教養論叢』１（１），１-20

――, 2019b,「様相対当について」『中央学院大学人間・自然論叢』47, 33-46

――, 2020,「メレオトポロジーと単調性」『中央学院大学人間・自然論叢』49, 29-44

［非邦語］

Fine, K., 1995, 'Part-Whole', in B. Smith & D. W. Smith（eds.）, *The Cambridge Companion to HUSSERL*, Cambridge：Cambridge U. P., 463-485

Čech, E., 1966, *Topological Spaces*, Prague：Academia

Martin, N. M., & S. Pollard, 1996, *Closure Spaces and Logic*, Dordrecht：Kluwer

〔注〕

（１）Fine（1995：475）

（２）Martin & Pollard（1996：ch.1）

（３）Čech（1966：Sec.14）

（４）Čech（1966：Sec.15）

（５）齋藤（2019a, 2019b, 2020）