〔論文〕

基づけの論理における概念の相関

齋　藤　暢　人

〈目　次〉

0．はじめに

筆者は先に，基づけ Foundation，Fundierung の概念には多様な変種が存在するが，それらを論理的・代数的観点から統一的にとらえることが可能であり，また，それぞれを公理的に把握することも可能であることを論じた.[i] その際，基づけの諸概念のあいだの論理的な関係に注意したが，その詳細は紙数の制約上十分に述べることはできなかった．本稿では，先の考察を踏まえたうえで，残された課題である基づけ概念のさらなる分析を遂行する．

議論は以下のように進む．まず，考察対象である基づけ概念の基本的性質を紹介し，さらに分析工具として二項関係における逆，裏，対偶を定義する（1，2）．そのうえで，基づけ概念の相関を詳しく分析し，基づけの双対性についても考察してその論理的性質を明らかにする（3，4，5）．これらの結果を踏まえて，基づけをメレオトポロジーとの関わりのなかに位置づける（6）．最後に，基づけの諸概念について哲学的な考察を行い，結論を述べる（7，8）．

1．準備その１：基づけの論理

議論の準備として基本事項をはじめに示しておこう．基づけ概念の近代的・体系的研究は Fine によって一応の完成をみた.[ii] 基づけの原始概念は xFy であるが，それに相関する概念 xWFy が導入された．前者が基づけと呼ばれるのに対し，後者は弱い基づけと呼ばれる．弱い基づけは位相的概念である閉包と深く関連する．

さて，Fine の理論的貢献を土台に，その拡張を考える．WF が閉包の一種であるということから，その他の位相の関連諸概念を導入することが可能である．その結果，基づけ概念のいくつかのヴァリアントを得ることができ，しかもそれらは位相とメレオロジーの諸概念に対応づけて解釈すること

ができる．具体的には以下のようなことがなりたつ．

$xFy \leftrightarrow y < cx \wedge y > x$　（本来の基づけ関係）
$xF^{*}y \leftrightarrow iy < x \wedge y > x$
$xGy \leftrightarrow y <> ix \vee y >< x$
$xG^{*}y \leftrightarrow iy <> x \vee y >< x$

$xWFy \leftrightarrow y < cx$　（弱い基づけ関係）
$xWF^{*}y \leftrightarrow iy < x$
$xMGy \leftrightarrow y <> ix$
$xMG^{*}y \leftrightarrow iy <> x$

　こうした概念を，基づけ概念の形式化を初めておこなったフッサールはもちろん論じてはいない．しかしながら，上記の簡単な説明からも，これらの諸概念の相互関係は明らかであろう．これらの総体を基づけの論理 Logic of Foundation（以下 LF）と呼ぶこととする．

　ところで，古典的メレオトポロジーClassical Meeotopology（以下 CMT）の固有述語も位相とメレオロジーによって表現可能である．本稿における議論と関係の深い概念を挙げておこう．

$Dxy \leftrightarrow x < iy$　（内的部分）
$Fxy \leftrightarrow x < cy$
$F'xy \leftrightarrow ix < y$
$Hxy \leftrightarrow ix < cy$

$Kxy \leftrightarrow ix <> iy$
$Gxy \leftrightarrow x <> iy$
$G'xy \leftrightarrow ix <> y$

Cxy↔x＜＞cy　　　（連続性）

ここでCMTの諸定理に注意すると，これらのうちのいくつかには同値な別表現がある．つまり以下のような言い換えが可能である．CMTにおいて，枠内の文は同値である．

【表1　CMTの同値な文（定理）】

x＜iy cx＜y cx＜iy	x＜cy cx＜cy	ix＜y ix＜iy
x＜＞iy cx＜＞iy	ix＜＞y ix＜＞cy	x＜＞cy cx＜＞y cx＜＞cy

この事実はのちにLFの文を解析するときに補題として利用する．

容易に推察されるように，LFとCMTのあいだには明らかな対応があり，いくつかの概念は同一視することすら可能である．それゆえ，本稿ではそもそもLFを拡張した一般的な理論の射程を問題にしているのであるが，このことは，具体的には，基づけ概念をメレオトポロジーとの関わりのなかで再考することを意味している．

このような位相とメレオロジーによるLFの言い換えの可能性は，以下の考察の重要な手がかりであり続ける．

2．準備その2：逆，裏，対偶

前節の準備は重要であるが，基づけの論理LFの諸概念の相関を明らかにしてゆくためには，それらを表現する概念的な手段がまだ不足している．これを補うための予備的考察がさらに必要であり，本節ではさらなる準備をおこなう．

基づけの論理の基本概念は弱い基づけWFであるが，先の分析を改めて

見直すと，そこには部分関係＜が含まれている．この関係は本質的には条件文であり，したがってその特徴に類する性質を帯びている．それゆえ，条件文において周知の，逆，対偶，裏という変形のパターンにあたるものを，LF の基本概念においても考えることができる．要するに，通常は条件文と否定に対して定義されるこうしたパターンを，二項関係における変形のパターンとして拡張するのである．

はじめにいわゆる逆 converse をとりあげる．これは，関係の論理において対称性としてよく知られた性質にあたる．二項関係 R において，ある文 Rxy の主語を入れ替えた文 Ryx，すなわちその逆関係を表す文が元の文と同値であるとき，その関係は対称的である，という．

この対称性にならって，次のような性質を考えるのは自然である．二項関係 R において，その主語の否定名辞をつくり，さらに順序を入れ替えた文は，元の文の対偶と呼ぶことができる．したがって，その文が元の文と同値であるとき，その関係のことを対偶的である，と呼ぶのである．つまり，Rxy が R～y～x と同値であるとき，この関係は対偶的である，あるいは，対偶性をもつ，ということとする．

また，二項関係 R において，その主語をその否定名辞で置き換えた文は，元の文の裏 inverse と呼ぶことができる．この文が元の文と同値であるとき，その関係のことを適切な名前で呼ぶことができるとよいのであるが，残念ながらそのような慣例はない．ここでは裏的という，やや耳慣れない名で呼ぶことでよしとしよう．つまり，Rxy が R～x～y と同値であるとき，この関係は裏的である，あるいは，裏性をもつ．

これらを利用して LF の概念の結びつきを記述してゆきたいのであるが，そのためにさらにもうひと工夫しておこう．対称性（逆）は，上述のように，通常は同じ関係について定義される．つまり，Rxy↔Ryx が成り立つこととして定義される．上述のような定義の下では，対偶性や裏性も同様であろう．文論理においては，条件文の対偶や裏は，それらもまた条件文なのであった．したがって，いま二項関係において定義された対偶性や裏性も，

$Rxy \leftrightarrow R{\sim}y{\sim}x$ あるいは $Rxy \leftrightarrow R{\sim}x{\sim}y$ ということになるのである．

だが，一般化すれば，これらの関係を異なる二項関係のあいだに定義することも可能であろう．つまり，関係 R と S が次のように，互いの逆関係，互いの対偶関係，互いの裏関係になっているということを，対称的，対偶的，裏的と呼ぶこともできよう．

$Rxy \leftrightarrow Syx$

$Rxy \leftrightarrow S{\sim}y{\sim}x$

$Rxy \leftrightarrow S{\sim}x{\sim}y$

しかし，一般化された関係はもはや元の関係とは同じものではないから，異なる名称で呼ぶべきであろう．すると，一般化された対称性，対偶性，裏性をみたす関係は，「相互対称的」「相互対偶的」「相互裏的」と呼ぶことができるであろう．

3．基づけの論理の分析

これらの概念を用いるならば，基づけの論理 LF の諸関係の相互関係を記述してゆくことができる．先に述べたような，LF と位相，メレオロジーとの対応をみれば，次の一連の事実は直ちに明らかである．

まず，F と F^* は相互対偶的である．

$xFy \leftrightarrow {\sim}yF^*{\sim}x$

また，G と G^* は相互対称的である．

$xGy \leftrightarrow yG^*x$

さらに，WF と WF*は相互対偶的である．

$$xWFy \leftrightarrow \sim yWF^{*} \sim x$$

また，MG と MG*は相互対称的である．

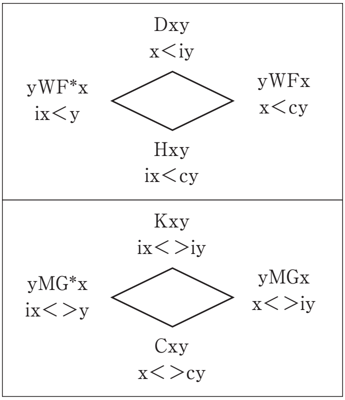
$$xMGy \leftrightarrow yMG^{*}x$$

これらの関係は先の補題をみればほぼ自明なものであるが，基づけの論理 LF は，すでに明らかなように，固有の述語をもっていて，補題に現れるような論理的機構が論証の主体の眼に映らない可能性がある．そうしたことを考慮すると，これらの変形可能性は基づけの論理の諸概念の基本性質として重要なものである．

4．逆，裏，対偶の相関

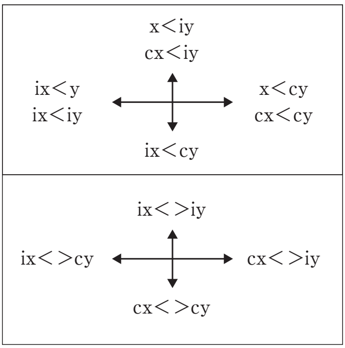
基づけの論理 LF の述語 WF と WF*，MG と MG*は，位相とメレオロジーによって解析した結果から明らかなように，全体として類似した論理構造をもっている．これらを WF の関連述語と呼ぶこととしよう．他方で，古典的メレオトポロジーCMT の述語 D，C，H，K もまた，これらの述語と類似した論理構造をもっている．これら諸概念の相互関係とはいかなるものなのであろうか．

まずこれらの述語は，その論理的な強弱にしたがって次のように配置することができる．上側の式からは下側の式が導かれる[iii]．



【図１　LF と CMT の述語】

すると，先の補題を参照すれば直ちに気づかれるように，ここで考察している式のあいだには，位相作用素 i と c の交換による相互移行可能性がある．

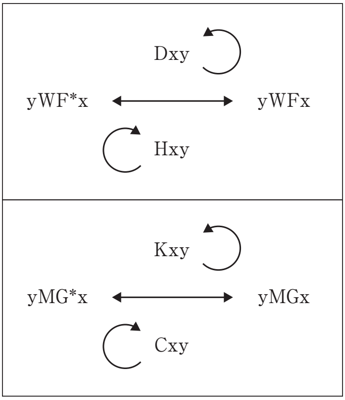


【図２　概念の相互移行性】

こうした関係は概念の相互関係の一環とみることができよう．これを，位相の交換という表面的な操作によってではなく，それを支えている論理構造から説明することはできないであろうか．

まず，次のことに注意しよう．述語 D と H が通常の対偶性をもち，述語

C と K が通常の対称性をもつということは先の解析から明らかである．「通常の」というのは，自分自身に関して対称的，対偶的であるという意味である．他方で WF と WF*および MG と MG*は，それぞれ相互対偶性，相互対称性をもつのであった．このことを綜合すると以下のようになる．



【図 3　概念相関その 1】

この相関がなりたつ理由は技術的には自明であるが，ひとつ注意点があるので，ここで詳しくみておく．

Dxy は cx＜iy と同値であることに注意する．Dxy の対偶は D～y～x であるから c～y＜i～x である．しかしこれは，この CMT の式において考えた対偶により～i～x＜～c～y であり，それゆえ cx＜iy，つまり Dxy．ゆえに Dxy は自己対偶的である．

yWFx は cx＜cy と同値であることに注意する．yWFx の対偶は～xWF～y であるから c～y＜c～x である．しかしこれは，この CMT の式において考えた対偶により～c～x＜～c～y であり，それゆえ ix＜iy，つまり yWF*x．よって yWFx と yWF*x は相互対偶的である．

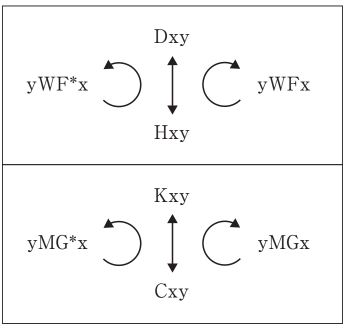
Cxy は cx＜＞cy と同値であることに注意する．Cxy の逆は Cyx であるから cy＜＞cx である．しかしこれは，この CMT の式において考えた逆に

より cx＜＞cy であるから Cxy．ゆえに Cxy は自己対称的である．

yMGx は cx＜＞iy と同値であることに注意する．yMGx の逆は xMGy であり，ゆえに cy＜＞ix である．しかしこれは，この CMT の式において考えた逆により ix＜＞cy であるから yMG*x．ゆえに yMGx と yMG*x は相互対称的である．

このように，相関の成立は自明ではあるが，文を変形する操作の途中で，所与の述語に対するいわば表層的な操作と，その論理構造に対する深層的な操作とが行われているということに注意する．概念の相関は，対偶性や対称性を，表層においてのみでなく，深層においても考慮することによって明らかとなる．

次に，この相関を別の角度からとらえなおしてみよう．まず，対称性と裏性によって文を変形することを考える．このとき D と H は相互に等しくなり，WF と WF*はそれぞれが自分自身と等しくなる．また，対偶性と裏性によって文を変形することを考えると，このとき K と C は相互に等しくなり，MG と MG*はそれぞれ自分自身と等しくなる．この事情は以下のように図示できる．



【図４　概念相関その２】

この場合の変形も念のため少し詳しくみておく．

Dxy の逆は Dyx であるから，cy＜ix．この CMT の式において考えたその裏は～cy＜～ix．ゆえに ix＜cy．ゆえに Hxy．ゆえに Dxy と Hxy は，相互に対称的かつ裏的である．

yWFx の逆は xWFy であるから，cy＜cx．この CMT の式において考えたその裏は～cy＜～cx．ゆえに cx＜cy．ゆえに yWFx は自己に対して対称的かつ裏的である．

Cxy の対偶は C～y～x であるから，c～y＜＞c～x．この CMT の式において考えたその裏は～c～y＜＞～c～x．ゆえに明らかに ix＜＞iy で，Kxy．よって，Cxy と Kxy は，相互に対偶的かつ裏的である．

yMGx の対偶は～xMG～y であるから，c～y＜＞i～x．この CMT の式において考えたその裏は～c～y＜＞～i～x．ゆえに明らかに iy＜＞cx で，yMGx．よって，yMGx は自己に対して対偶的かつ裏的である．

この結果は，先の対偶性と対称性に関する相互関係とはちょうど対照的になっている．対称性と裏性，裏性と対偶性に関する相互関係は，先の相互関係をいわば補完するものである．

この二つの結果から，先に述べた i と c の交換による移行は，これらの構造を綜合したものとみなすことができる．そうした視点に立つならば，D と H は相互対称的かつ裏的であり，K と C は相互対偶的かつ裏的であるとみることもできる．

こうして，これらの述語の相互関係を一群の関係によって統一的に把握することができたのだが，ここでこのことの意味を確認しておきたい．

D およびその類縁の述語が本質的には条件であるのに対して，C およびその類縁の述語は本質的に連言である．ところで，通常，逆，裏，対偶という関係は条件文について言われる．しかし，これらを連言文その他の文について考えることは不可能ではない．真理関数としての連言の逆，裏，対偶をとってみても得るところは少ないので，ふつうはそのようなものを考えることはないが，関係が内包的になり，位相作用素のような修飾も関係してくる場合には，変形がそれほど自明なものでなくなる．そこで，条件文に対する変

形を連言文にもあてはめることにより，これらの述語の共通の論理的基盤を明らかにすることができる．

ここで，他の論理的性質について付言しておく．対称性と並んで重要な性質に推移性と反射性がある．これまで扱ってきた関係のなかで，この性質はどのように分布しているであろうか．

WF と WF*は推移的である．また，D も推移的である．しかし，H は特別な条件のもとで推移的である．

WF と WF*は反射的である．H も反射的である．しかし，D は特別な条件のもとで反射的である．

したがって，推移性と反射性をともにみたすのは WF と WF*である．WF は関係論理的に見て非常に良好な性質をもっているといえよう．

5．双対性

基づけの論理 LF の諸概念のあいだには，もうひとつ注目すべき相関がある．それは双対性である．双対とは，ある関係 R がある関係 S とその項の否定を介して同値である，ということである．

双対は一般に否定が複数の項に関係する．それゆえ，関係 R，S が二項関係である場合，否定の係り方によってヴァリアントが生じる．ここでは次のようなものがある．

$Rxy \leftrightarrow \neg S{\sim}x{\sim}y$

$Rxy \leftrightarrow \neg Sx{\sim}y$

前者を第一双対性，後者を第二双対性と呼ぶことにしよう．

双対性をこのように定義するとき次がなりたつ．まず，F*と G*は第一双対的である．

$$xF^{*}y \leftrightarrow \neg{\sim}xG^{*}y$$

また，明らかに，F と G は第二双対的である．

$$xFy \leftrightarrow \neg xG{\sim}y$$

さらに，WF*と MG*は第一双対的である．

$$xWF^{*}y \leftrightarrow \neg{\sim}xMG^{*}y$$

また，WF と MG は第二双対的である．

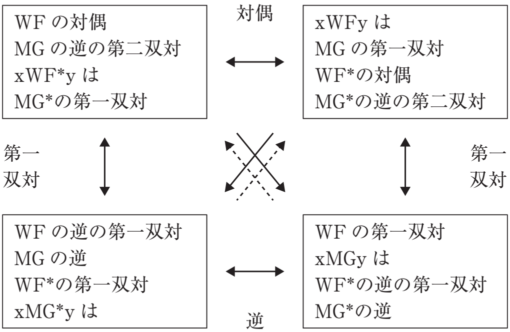
$$xWFy \leftrightarrow \neg xMG{\sim}y$$

ここで，WF の関連諸概念のあいだの双対性について注意しておこう．それぞれの関係がどのような変形によって他の概念と結びつくのかは，以下のように図示できる．枠内の文は同値である．

$\sim yWF{\sim}x$ $\neg yMG{\sim}x$ $xWF^{*}y$ $\neg{\sim}xMG^{*}y$	$xWFy$ $\neg{\sim}xMGy$ $\sim yWF^{*}{\sim}x$ $\neg yMG^{*}{\sim}x$
$\neg{\sim}yWFx$ $yMGx$ $\neg{\sim}xWF^{*}y$ $xMG^{*}y$	$\neg{\sim}xWFy$ $xMGy$ $\neg{\sim}yWF^{*}x$ $yMG^{*}x$

【図 5　同値な概念】

各概念のあいだの対応を正確に述べると次のようになるであろう．



【図 6　概念の相関の詳細】

図中央の矢印のうち，実線は，始点からみて終点がその逆の第一双対であること，点線は，その逆の第二双対であることを示す.

これらの WF の関連概念は，そもそもの定義のしかたからこうした相互関係に立つのは当然である．しかし，重要なことはこうしたある種の構造を形成するような関係のヴァリアントを構成することの意義であるように思われる．これらの関係は相互に組み合わせることで，他の論理的関係や構造を表現する手段となりうる.

6．基づけとメレオトポロジー

以上のような述語の相関は，各述語が下敷きとしている位相とメレオロジーによる書き換えの可能性によってなりたっている．位相をもつメレオロジーがいわば諸概念を媒介しているのである.

この媒介に注意すると，これまで論じてきた基づけの論理 LF と古典的メレオトポロジーCMT のあいだの相互関係や，LF のなかの概念の相関も明らかとなる．これらについて論じてゆこう.

まず，CMT の基本述語は LF の述語によって記述することができる．たとえば，Dxy は cx＜iy であり，それゆえ∀z（z＜cx→z＜＞iy）となるが，

これは$\forall z\ (xWFz \to yMGz)$である．このような書き換えは他の述語についても可能であり，このような操作を各文に対して施した結果は次のようになる．

【表２　LF による CMT】

Dxy	$\forall z\ (xWFz \to yMGz)$
Fxy	$\forall z\ (xWFz \to yWFz)$
F’xy	$\forall z\ (xMGz \to yMGz)$
Hxy	$\forall z\ (\forall w\ (zWFw \to xMGw) \to yWFz)$ $\forall z\ (xMGz \to \exists w\ (zWFw \land yWFw))$
Kxy	$\exists z\ (\forall w\ (zWFw \to xMGw) \land yMGz)$ $\exists z\ (xMGz \land \forall w\ (zWFw \to yMGw))$
Gxy	$\exists z\ (xWFz \land yMGz)$
G’xy	$\exists z\ (xMGz \land yWFz)$
Cxy	$\exists z\ (xWFz \land yWFz)$

述語 H と K について少し注意しておく．これらについてはそれぞれ次のような書き換えが可能である．

【表３　述語 H と K の論理構造】

Hxy $ix < cy$	Kxy $ix <> iy$
$\forall z\ (z < ix \to z < cy)$ $\forall z\ (z < ix \to z <> cy)$ $\forall z\ (z <> ix \to z <> cy)$	$\exists z\ (z < ix \land z < iy)$ $\exists z\ (z < ix \land z <> iy)$ $\exists z\ (z <> ix \land z < iy)$

書き換えられた文の部分構造は，WF の関連概念だけに対応しているのではなく，それゆえ，書き換えはみかけより複雑になる．こうしたことから，これらの概念がそれなりに良好な性質をもっているものの，他の概念を代替するまでには至らないことがわかる．そのような普遍性をもつ述語は WF や MG である．とくに MG については，ここで明らかとなった普遍性が，その導入を正当化する，と言える．

次に，いま述べたような，LF による CMT の解明の逆，CMT による LF の解明もまた可能である．たとえば，xWFy は $y<cx$ であるが，これは先の補題より $cy<cx$ と同値である．それゆえ $\forall z\,(z<>cy \rightarrow z<>cx)$ であるが，これは $\forall z\,(Czy \rightarrow Czy)$ である．LF の他の述語についてもこのような書き換えが可能であり，その結果は以下のようになる．

【表 4　CMT による LF】

xWFy	$\forall z\,(Czy \rightarrow Czx)$
$xWF^{*}y$	$\forall z\,(Dzy \rightarrow Dzx)$
xMGy	$\exists z\,(Czy \wedge Dzx)$
$xMG^{*}y$	$\exists z\,(Dzy \wedge Czx)$

ここから明らかなように，LF の基本概念は CMT の基本概念によって書き換え可能であり，しかもその内容は非常に単純である．CMT の述語のうち，D と C のみによってこれらの概念を記述できるのである．

この考察から直ちに導かれるひとつの系は，LF はそれ自体のなかで言い換えが可能である，ということである．LF のなかの完結した構造は，先の表中の述語 F などと WF の関連諸概念との対応に注意すれば，容易に取り出すことができる（F，G などと WF の関連諸概念は逆関係になっている．すなわち $Fxy \leftrightarrow yWFx$，$F'xy \leftrightarrow yWF^{*}x$，$Gxy \leftrightarrow yMGx$，$G'xy \leftrightarrow yMG^{*}x$）．

【表 5　LF の自足性】

xWFy	$\forall z\,(yWFz \rightarrow xWFz)$
$xWF^{*}y$	$\forall z\,(yMGz \rightarrow xMGz)$
xMGy	$\exists z\,(yWFz \wedge xMGz)$
$xMG^{*}y$	$\exists z\,(yMGz \wedge xWFz)$

だが，これらを公理と定義から導くのも容易である．$xWFy \leftrightarrow \forall z(yWFz \rightarrow xWFz)$ のうち，左辺から右辺は WF の推移性から，右辺から左辺は WF の反射性から．WF^{*}は WF の対偶であるから，xWFy の x に～y，y に～x を代入す

ると∀z（～xWFz→～yWFz）．対偶をとって∀z（¬～yWFz→¬～xWFz）．第一双対より∀z（yMGz→xMGz）．MGはWFの第一双対であるから，¬～xWFyを考えると直ちに明らか．MG*はWF*の第一双対であるから，これも明らか．

筆者は以前，古典的メレオトポロジーとアリストテレス的様相論理の基本命題を対応させ，それによって様相命題のあいだの様相対当Modal Oppositionの論理構造を解明したが[iv]，本節の作業はそれに類するものである．

7．哲学的考察

これまでは，基づけの論理LFと古典的メレオトポロジーCMTの基本概念を，主にその形式的な性質に焦点を当てて分析してきたが，最後にその哲学的な意義についてもいくらか考えてみよう．

これまでの考察が明らかにしたのは次のことである．つまり，LFやCMTには多様な概念があるが，それらは若干の中心的概念から派生するものとみることが可能である．とくに，弱い基づけWFが，実質的には連続性Cによって置換可能であるということは，論理的には自明な事柄ではあっても，哲学的には大きな意味をもつように思われる．基づけとして現象を構成する諸要素は，結局のところ，現象の世界の基本原理である連続性に従う，ということなのではないか．

問題が連続性に帰着されるのならば，フッサールのオリジナルな議論が，部分を不連続な部分である断片と連続な部分である契機の二種類に分け，現象における契機の役割の解明に重点を置いていたことが想起されるべきであろう．フッサールのなかでは連続ということが不連続とのコントラストによって記述されていたのだった[v]．だが，メレオトポロジーの知見を援用すれば，連続ということについて新たな視点から論じることも可能なのではないか．

8．おわりに

基づけの論理と古典的メレオトポロジーの関係を本稿では探究してきたが，これらの体系を拡張し，固有述語以外に位相作用素を用いることを許すような体系を考えると，関連する述語のあいだにはまた異なる相関が現れてくるように思われる．論理的関係の多様な表現の一層の探求をすすめてゆきたい．

〔文献〕

［非邦語］
Fine, K., 1995, 'Part-whole', B. Smith & D. W. Smith（eds.）, *The Cambridge Companion to Husserl*, Cambridge University Press, 463-485
Sokolowski, R., 1968, 'The logic of parts and wholes in Husserl's investigations', *Philosophy and Phenomenological Research* 28（4）, 537-553

［邦語］
齋藤暢人，2019，「様相対当について」『中央学院大学人間・自然論叢』47，33-46
――，2022，「基づけの諸類型」『中央学院大学人間・自然論叢』53，57-74

〔注〕

（ｉ）　齋藤（2022）
（ii）　Fine（1995）
（iii）　論理的強弱の詳細は齋藤（2022）をみよ．
（iv）　齋藤（2019）
（ｖ）　Cf. Sokolowski（1968：pp. 538-541）