

[論文]

メレオトポロジーの表現可能性

齋藤 暢 人

- 〈目次〉
0. はじめに
 1. メレオトポロジーの拡張
 2. 表現可能性
 3. 分析
 4. 一般的な表現可能性
 5. 基づけの論理について
 6. おわりに

0. はじめに

筆者はこれまで古典的メレオトポロジー-Classical Mereotopology (以下 CMT) の諸概念の相互関係の解明に努めてきた。以前, CMT にある拡張を施した体系を検討したが, この体系の性格についてはさらなる考察の余地があると感じられる。本稿では, CMT の拡張が諸概念の相関をある意味で完全に一般化することを示そうと思う。

議論は次のように進む。はじめに, CMT の拡張について述べる (1)。続いて, 概念の表現可能性とはなにかについて述べる (2)。そのうえで, 拡張された CMT の文を分析し (3), そこからある結論を導く (4)。そのうえで CMT と関連する基づけの論理 Logic of Foundation (以下 LF) についても簡単な言及し, 議論の意義を確認する (5)。

1. メレオトポロジーの拡張

CMT は通常, 固有の述語をもっており, 位相的・様相的な含意は, それら固有述語の論理的ふるまいを通じて表現される。しかしこの論理的性質は, その土台にある古典的メレオロジー-Classical Mereology (以下 CM) の述語と, 項を修飾する位相作用素の結合によっても表現されうる。位相作用素は, 位相・様相的含意の名辞的表現である。そこで, 前者の表現を述語的表現, 後者の表現を名辞的表現と呼ぶこととすれば, CMT には二つの表現形式があることになるわけである。両者は内容的に重複するから, 通常, これらのいずれか一方を採用するという選択がなされる。しかし, 二つの表現形式を取って混在させ, CMT を拡張することは論理的に可能である。そして, 拡張された CMT においては, 以下でみるように, 諸概念のあいだに新しい関係が生じるように思われる。

ところで, すでに論じたことであるが, CM がアリストテレス的論理

Aristotelian Logic (以下 AL) に対応するように、CMT はアリストテレス的様相論理 Aristotelian Modal Logic (以下 AML) に対応するのであった。この対応を念頭に置くならば、位相作用素は AML における名辞様相に相当することになる。つまり、CMT の拡張は AML の拡張でもある。拡張された AML は、したがって、命題 (文) 様相だけでなく、名辞様相をももつのである。

拡張された CMT についてはのちに詳説するが、あらかじめその概要を述べておこう。CMT の述語は様相的含意をもつが、さらに名辞様相の出現を許すならば、ひとつの文の中に複数の様相が同居することになる。しかし述語の様相は名辞様相に翻訳可能であるから、両様相は相互に干渉する。その結果、拡張された CMT においては、みかけ上の述語的表現と名辞的表現から再構された実際の述語的表現とのあいだに乖離が生じうる。この事態を分析、整理することがわれわれの目的である。

議論に先立ち、以前に明らかにしたことであるが、必要な事項を再説しておくこととしよう。⁽¹⁾ CMT の述語は以下のように図示できる論理的性質をもち、AML の述語と対応づけることができる。

この図に示された論理的構造物は、AL におけるいわゆる対当を拡張したものになっており、様相對当と呼ぶことができるようなものである。AML における様相對当は、CMT において、その内的構造が完全に解明されるのである。

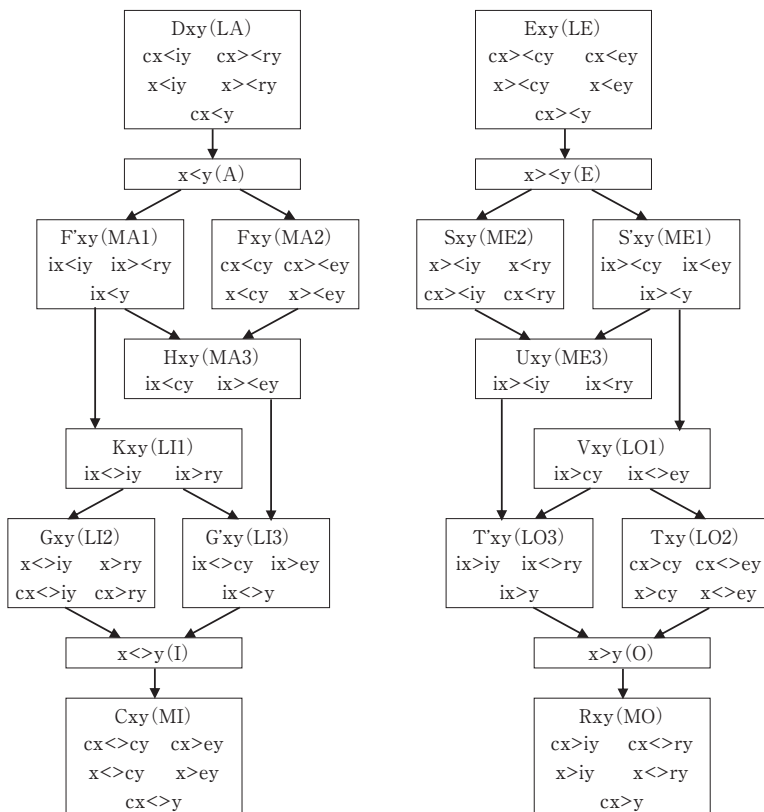


図 1 CMT における様相対当

図中の「A」「I」「E」「O」は全称肯定、特称肯定、全称否定、特称否定を意味し、「L」「M」は必然、可能を意味する。「1」「2」「3」は、論理的理由から設けられた第一、第二、第三のヴァリエントを意味する。たとえば、LA は必然全称肯定、MA1 は第一可能全称肯定のことである。

上図を構成する各文のあいだにはいくつかの矛盾関係が成り立っている。各文の論理的性質から明らかであるが、確認のために示しておこう。下図において、点線は矛盾関係を示す。

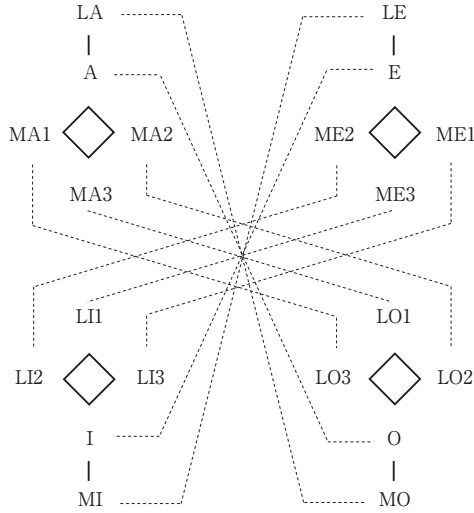


図2 様相対当における矛盾関係

CM 述語と位相作用素による CMT の公理化と、固有述語による CMT の公理化についてはここでは述べない。⁽²⁾

2. 表現可能性

前節に述べたのは本稿の素材であるが、次に、本稿の目的である表現可能性について述べよう。論理における表現可能性とは、簡単に言えば、ある概念が他の概念によって言い換えられるということである。例を挙げれば、文論理において通常は否定、連言、選言、条件、同値の五種類の論理結合子が用いられるが、実際にはそれらのあいだで言い換えが可能であり、必要十分な結合子の組は、たとえば否定、連言、選言であることが知られている。集合 $\{\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}$ によって定義づけられる文論理の体系は、集合 $\{\neg, \wedge, \vee\}$ によって定義づけることもできるわけである。このような言い換えの可能性を表現可能性という。⁽³⁾

この概念を CM あるいは AL の述語に対しても当てはめてみよう。すると、これらのあいだにも論理における表現可能性に似た関係がみられることがわかる。 $<$ と $>$ 、 $<>$ と $><$ は、定義によって矛盾関係にある述語である。したがって、言い換えに直接関連する否定を含めて考えると、AL の基本概念の集合 $\{\neg, <, <>, ><, >\}$ は、たとえば集合 $\{\neg, <, <>\}$ によって表現可能である。この関係は以下のいわゆる対当の図から容易に読み取ることができる。

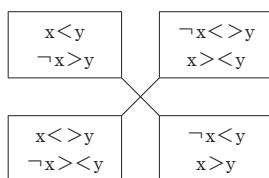


図3 AL における対当

AL の原型にこのような単純な関係が含まれることは確実である。つまり、アリストテレス自身の体系は述語のかかる相互関係を含むであろう。しかし、周知のように、後にスコラの学匠らの手で、名辞否定の導入によるアリストテレスの論理の拡張が図られ、各述語の表現可能性は一般化された(いわゆる無限判断の認容にあたる)。AL における名辞否定は CM における補元に相当する。それゆえ以下の図で表わされる CM 述語の対当は、AL における一般化された対当とみなすことができる。

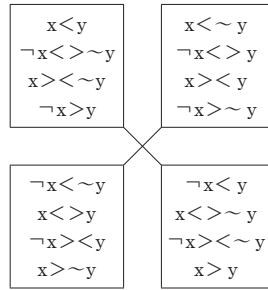


図4 CM 述語の対当

この図から明らかなように、各述語は、二種類の否定を用いることで他の述語によって表現できる。たとえば $\{\neg, \sim, <\}$ が表現可能な概念の集合である。先の場合と比較すると、必要な述語の種類が減っていることがわかる。つまり、補元の追加によってより一般的な表現可能性が成立したのである。もちろん、ここで図示されたのは中世論理学において盛んに研究されたいわゆる同値性 equipollence に他ならない。⁽⁴⁾ しかし見方を転じれば、これは単なる一連の定理にすぎないのではなく、表現可能性という体系の性格を規定する性質ということになるであろう。

さて、ALのみならずアリストテレスの様相論理 AMLにおいても、それゆえ CMT の各述語のあいだにもやはり表現可能性が成り立つことが予想されるが、その実態はどうであろうか。CMT では以下のような複数の対当の関係が認められる。これは概念の多様性ゆえに生じる現象であり、いわば多重対当と呼ぶことができる。⁽⁵⁾ (枠内の文は同値である)。

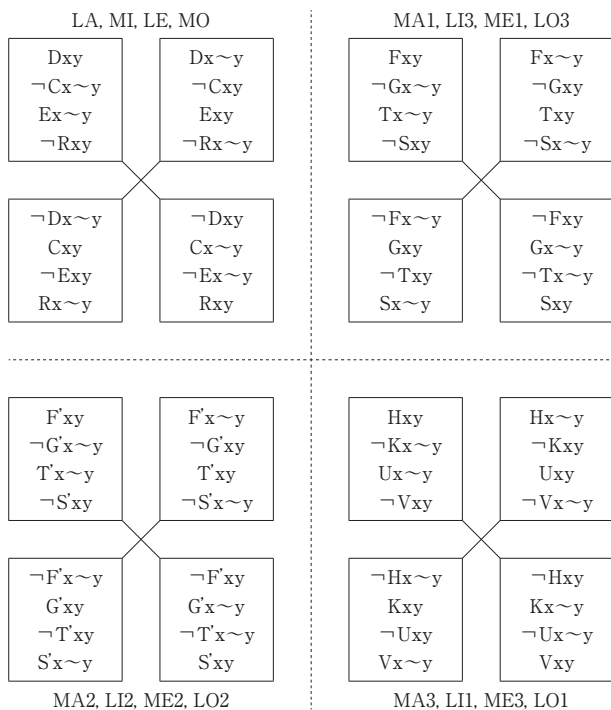


図5 CMT 述語の多重対当

これらの対当のなかからひとつずつ述語を選ぶことにより、表現可能な概念の集合を与えることができる。たとえば $\{\neg, \sim, D, F, F', H\}$ である。明らかに、これらの述語だけで他の述語を表現することができる。

上のような多重対当が成立することは、複数ありうる各述語の名辞的表現を、以前述べたしかたでひとつに整理することにより容易に知ることができる。⁽⁶⁾ 以下のように、名辞的表現の代表として、相互の関連が明白なものをひとつ選べるからである。

表 1 述語的表現と名辞的表現の対応

述語的表現	名辞的表現
{Dxy, Cxy, Exy, Rxy}	$\{x < iy, x < cy, x > cy, x > iy\}$
{F'xy, G'xy, S'xy, T'xy}	$\{ix < iy, ix < cy, ix > cy, ix > iy\}$
{Fxy, Gxy, Sxy, Txy}	$\{cx < cy, cx < iy, cx > iy, cx > cy\}$
{Hxy, Kxy, Uxy, Vxy}	$\{ix < cy, ix < iy, ix > iy, ix > cy\}$

述語的表現からは必ずしも明らかではないが、対応する名辞的表現を見れば次のことは容易にわかる。すなわち、述語に文否定や名辞否定という操作を施した結果は、同じ集合に属する述語への変換であり、他の集合に属する述語には変換されない。つまり、これらの集合は、これまで用いてきた操作に関して代数的に閉じている。だが、これは、少なくとも現時点では、CMTのすべての述語のあいだの表現可能性は成立していないことを意味する。すべての述語を表現するためには複数の述語が必要であり、ひとつの述語では表現できない。

そこで、新しい操作として、項を名辞様相によって修飾すること、すなわち項の様相化を考えてみよう。すると、たとえば次のような新たな結果が生じる。Dxryは、みかけ上は必然全称肯定文LAであるが、これは、名辞的表現になおすと $x < iry$ である。その位相作用素の重複irはrに等しいので、これによって重複を解消すると $x < ry$ となるが、これはSxyであり、したがって第二可能全称否定文ME2である。このような変換は、上記の多重対当を構成していた複数の集合にまたがっており、したがってこの場合の表現可能性はより一般的なものであるとすることができる。名辞の様相化はみかけ上の固有述語とは異なる述語をもつ文を生成するのであるが、これを一般的な表現可能性とみるのである。

先に述べたような、ALと見立てられたCMにおいて補元を考慮しない段階においては、述語は二つのグループに分離されており、そのグループのあいだの関連が不明であった。CMTにおいても、文否定、名辞否定のみを考

えている段階においては、述語は多重対当を構成する四つのグループに分離しており、それらグループのあいだには直接の関連はない。しかし、補元の導入がCM述語の一般的な表現可能性をもたらしたように、名辞の様相化はCMT述語の一般的な表現可能性を開示するのである。

しかしながら、CMTの述語は種類が多く、それらの相互関係は直ちに明らかというわけではなさそうである。以下で、述語が実際にどのように言い換えられるのかを確認し、表現可能性が成立することを示してゆこう。

3. 分析

これまでの諸定義をふまえて、拡張されたCMTの各文の表現可能性を示す。証明は容易であるから省略する。図中の文の配置は、みやすさのために、先に掲げた図1の対当の構造に合わせたものである。

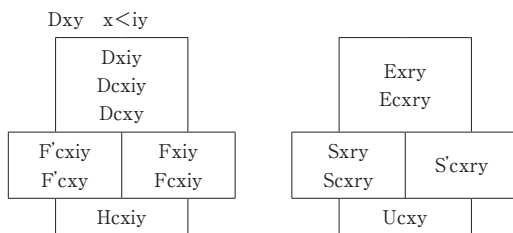


図6 述語Dと同値な表現

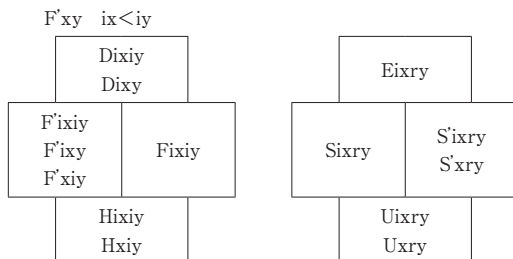


図7 述語F'と同値な表現

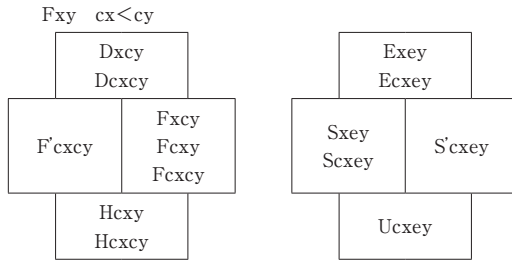


図8 述語 F と同値な表現

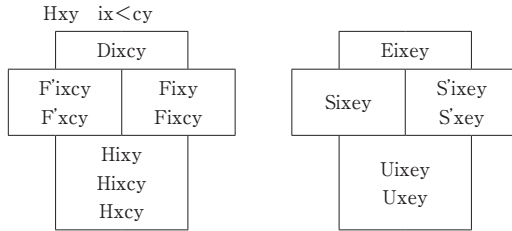


図9 述語 H と同値な表現

これらの図6, 図7, 図8, 図9から, 全称肯定命題の述語は, 全称否定命題の述語によって表現可能であることがわかる。

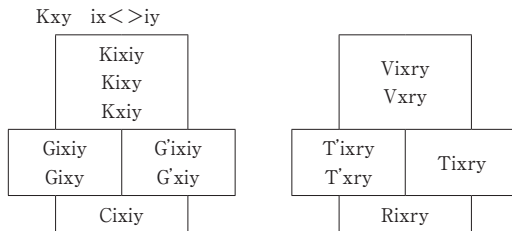
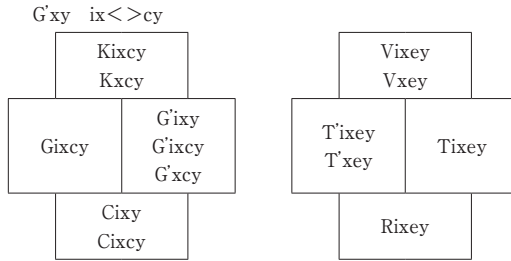
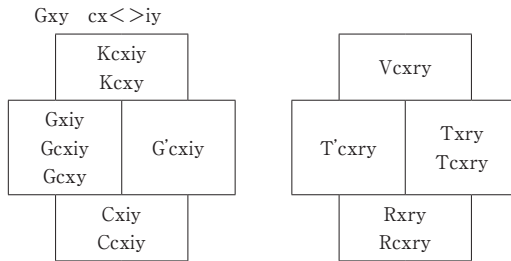
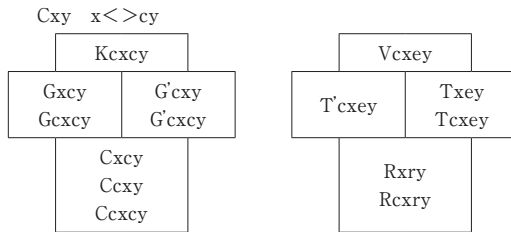


図10 述語 K と同値な表現

図11 述語 G' と同値な表現図12 述語 G と同値な表現図13 述語 C と同値な表現

これらの図10, 図11, 図12, 図13から, 特称肯定命題の述語は, 特称否定命題の述語によって表現可能であることがわかる。

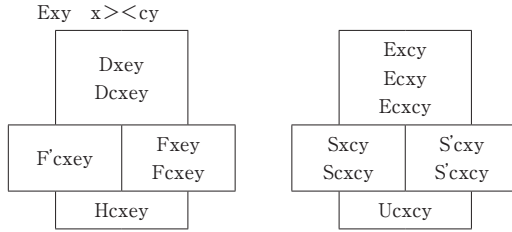


図14 述語 E と同値な表現

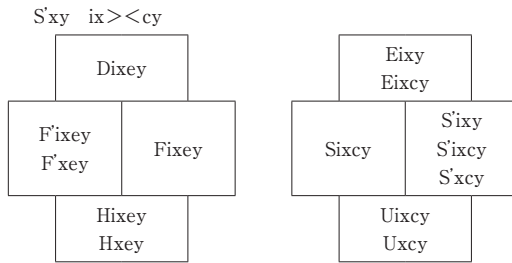


図15 述語 S' と同値な表現

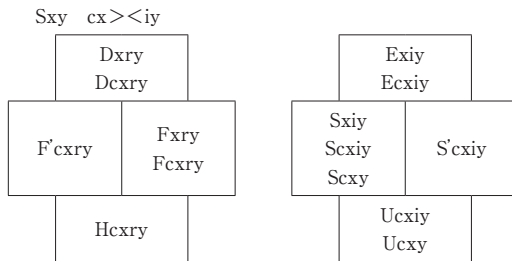


図16 述語 S と同値な表現

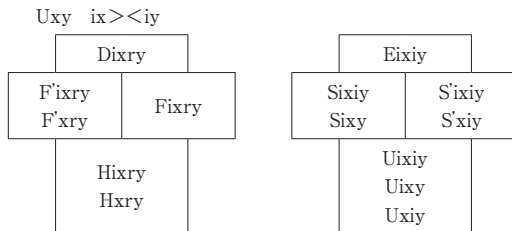


図17 述語 U と同値な表現

これらの図14, 図15, 図16, 図17から, 全称否定命題の述語は, 全称肯定命題の述語によって表現可能であることがわかる。

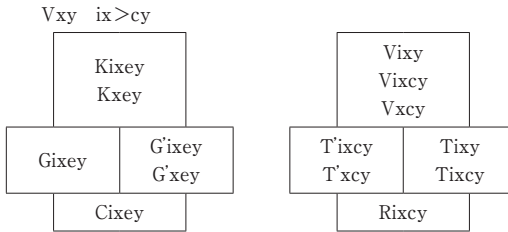


図18 述語 V と同値な表現

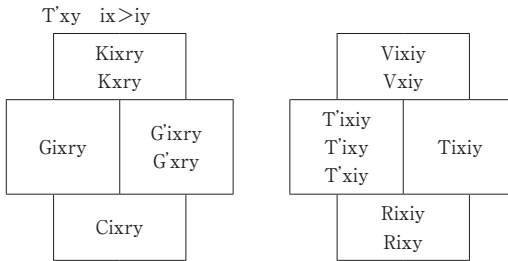


図19 述語 T' と同値な表現

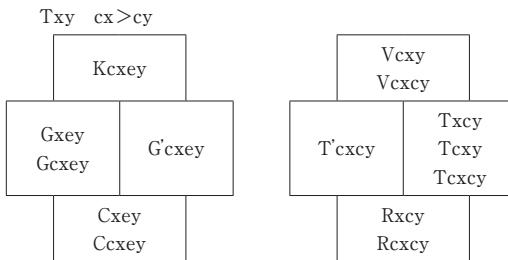


図20 述語 T と同値な表現

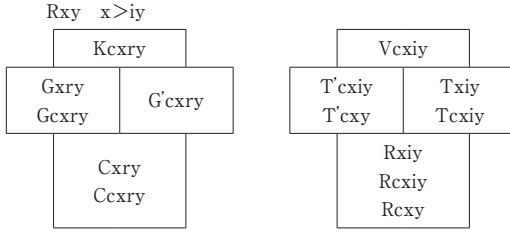


図21 述語 R と同値な表現

これらの図18, 図19, 図20, 図21から, 特称否定命題の述語は, 特称肯定命題の述語によって表現可能であることがわかる。

4. 一般的な表現可能性

以上, 拡張された CMT の固有述語の言い換えの可能性を網羅的に示してきた。ここからわかることは以下である。

拡張された CMT においては, 固有述語と位相作用素が混在した表現が許されるが, 基本的な文の種類数は, 以上でみたように16と14の積すなわち224である。固有述語のみをもち, 位相作用素が現れない文は16あるが, これらにはそれぞれ14とおりの拡張された体系における同値文がある。上記で示したのはその具体的な言い換えの全容である。ここから, 以下が明らかである。

各述語は特定の述語と深く関連することがわかる。そのような関連を記述するために, 述語をグループに分け, 名前を付けておく。{D, F', F, H} を D 群, {K, G', G, C} を C 群, {E, S', S, U} を E 群, {V, T', T, R} を R 群と呼ぶこととする。

図6から図9, および図14から図17によって明らかのように, D 群の述語と E 群の述語は相互に表現可能であり, 図10から図13, 図18から図21によって明らかのように, C 群の述語と R 群の述語は相互に表現可能である。

D 群の述語と R 群の述語は矛盾関係にあり，C 群の述語と E 群の述語も矛盾関係にある．それゆえ，D 群の述語は，否定を媒介することによって R 群によって表現可能であり（それぞれの否定文になっている），したがって C 群によっても表現可能である．すなわち，D 群の述語は E 群，R 群，C 群の任意の述語によっても表現可能である．

ゆえに，拡張された CMT においては，各述語は，それ以外の任意の述語によって表現可能である．たとえば， $\{\neg, \sim, i, D\}$ が，かかる CMT の表現可能な概念の一例である．この表現可能性は，原始概念の選択を完全に任意なものとするという意味において完全であると言えよう．項の様相化は完全な表現可能性をもたらすのである．

5. 基づけの論理について

筆者は以前，フッサール『論理学研究』における基づけ概念の一般化を試み，基づけの論理 LF⁽⁷⁾ を提示した．そのさい，基づけの固有述語に加えて，位相作用素をももつような拡張を考えた⁽⁸⁾．もちろん，位相作用素によって表現される位相的・様相的性質は固有述語の特徴のなかにあらかじめ含まれているのであるが，それを敢えて明示することによる影響を考察したのである．

LF の固有述語は次のようなものである．

$$xWFy := y < cx$$

$$xWF^*y := iy < x$$

$$xMGy := y < > ix$$

$$xMG^*y := iy < > x$$

論理構造からみて明らかなように，これらは順に，CMT の述語 F, F', G, G'⁽⁹⁾ に対応している．したがって，LF に対しても，本稿で明らかにした事実

が妥当するであろう。

本稿の議論は以前の考察の延長線上にあるものということができる。しかし以前の考察は十分なものではなかった。本稿において示したような表現可能性を LF においても明らかにするためには、この体系における否定述語、否定様相を考慮する必要がある。もちろん、それを考えることにはさしたる困難はないであろうが、紙幅の都合もあり、本稿ではこれ以上立ち入らないこととしよう。

6. おわりに

拡張された CMT の文のあいだには、本稿で考察したもの以外にも重要な関係がありうるであろうが、考察はここでいったん切り上げるのがよいであろう。最後に、これまでの議論を振り返って研究の意義を総括し、得られた結果について確認しておこう。結局のところ、本稿で検討してきたのは、CMT の語彙にさらに位相作用素を追加するという操作の帰結であった。これは単に理論的な冗長性を生じさせるだけではないか、という疑問は当然ありうるであろう。しかしながら、増やされた語彙によって各概念は新たな相互関係を獲得しうるのであり、最終的には完全な表現可能性を導くこともできたのであった。この結果からみて、そこには実質的な意味があると言ってよいのではないか。

〔謝辞〕

本研究は JSPS 科研費 23K00095 「メレオロジーの成立と展開に関する思想史的研究：フッサールとホワイトヘッド」の助成を受けたものである。

〔文献〕

[非邦語]

Enderton, H. B., 2001, *A Mathematical Introduction to Logic* (2nd ed.), San

Diego (CA) : Harcourt Academic Press

Broadie, A., 1993, *Introduction to Medieval Logic*, 2nd edn., Oxford : Clarendon

Parsons, T., 2014, *Articulating Medieval Logic*, Oxford : Oxford U. P.

Prior, A., N., 1962, *Formal Logic*, 2nd edn., Oxford : Clarendon

[邦語]

齋藤暢人, 2017, 「メレオトポロジーの基本概念の様相メレオロジー的分析」『中央学院大学人間・自然論叢』44, 127-142

—, 2019a, 「メレオトポロジーにおける随伴」『論理哲学研究』11, 17-28

—, 2019b, 「様相対当について」『中央学院大学人間・自然論叢』47, 33-46

—, 2019c, 「アリストテレスの様相論理のメレオトポロジー的再構築」『中央学院大学現代教養論叢』1/1, 1-20

—, 2022, 「基づけの諸類型」『中央学院大学人間・自然論叢』53, 57-74

—, 2023a, 「基づけの論理における概念の相関」『中央学院大学人間・自然論叢』54, 43-60

—, 2023b, 「位相と基づけ」『中央学院大学人間・自然論叢』55, 15-34

—, 2024, 「メレオトポロジーと名辞様相—様相対当の再検討—」『中央学院大学人間・自然論叢』56, 17-37

[注]

(1) Cf. 齋藤 (2019c, 2022)

(2) 齋藤 (2019a, 2019b)

(3) Enderton (2001 : p.49f.)

(4) Prior (1962 : pp.134ff.). Cf. Broadie (1993 : pp.153-56), Parsons (2014 : pp.60-80).

(5) 齋藤 (2024)

(6) 齋藤 (2024)

(7) 齋藤 (2022, 2023a, 2023b)

(8) 齋藤 (2023b)

(9) 齋藤 (2022, 2023a)