悪性インフレーションの弾力性的分析（1）

福田俊夫

序

序

本稿は，わが国の終戦直後における悪性インフレーション(Galloping Inflation)についての分析――とりわけ，貨幣数量説の批判を兼ねて，弾力性理論によるインフレーションの悪性要因を究明し，実証的解明――を試みたものである。

1. インフレーション下の物価秩序

自由経済下における財貨需給の過不足は，価格の弾力性機能によって自動的に調節され，均衡を回復することが常態であるが，インフレーション下の各種財貨の価格昇騰率は，それぞれの必要度，すなわち欲求強度から強い影響をうけ，それぞれ，その供給不足の程度に密接な関係があるので，常態時の需給が価格弾力性によって自動調節されたばあいとは，おのずからその騰勢を異にする。もし，必需財が供給不足になったまま，価格の弾力性によっても充足されず，供給麻痺

の状態がつづくとすれば，その不足の原因や騰率の大小いかんにかかわらず，その時はすでにインフレーションが悪性圏域に突入しているとみて差支えない。

つまり，インフレーション下の物価は，時間の経過と相俟って全面的に昂騰するとはいえ，その騰率は千差万別であり，また，それらの財貨は軒なみに払底して，需給の足なみが乱れがちとなるばかりか，欲求度の強い物資ほど，仮需要の思惑の対象となって払底度を激甚にするため，その価格の昂騰率も群を抜くことになる。

けっきょく，各種財貨の価格は，それぞれの騰率または趨勢に差異を生じて，物価秩序は常態時のそれに比較して，いちぢるしく歪められ，はなはだしい凹凸を現出する。この現象の因果関係の究明は，弾力性を慮外した機械的比例物価論である，いわゆる貨幣数量説によっては解明することはできない。しかし，この価格の無秩序現象こそは，インフレーションの悪性要因の分析には，またとないもっとも有力な手がかりとなる。詳しくは後述にゆずる。

かりに，食糧の供給量が不足して，健康維持上の生理的限界を割ることになれば，人びとは，そのばあい保有する購買力の使途に関して，原則的に時節相応の効用割振りを企図するとしても，状勢のいかんによっては他を犠牲にして，食糧の入手にその大部分を，または全部を振りむけ，それでもなお不足するばあいには，食のために衣，住を減らしても，これに当てることになるであろう。なおまた，それ以外に生きる道がないとすれば，とうぜんのことながら食糧の価格は天井知らずの騰勢を示すことになるであろう。このような事態ともなれば，必需強度順では，末端におちるはずの，いわゆる奢侈品といわれるものほど，欲求強度の減衰率は大きく，したがって，その価格騰率も鈍化するために，全般的物価秩序は，平常時のそれに較べて，いちぢるしく乱調子となることである。

けっきょく，供給不足，欲求強度，価格問題の究明は，貨幣数量説によっては解明不可能であって，それは弾力性理論によるほかはない。さらに，必需財の価格関数である供給量が硬直化するにともなって，貨幣数量説の矛盾は明確化してくる。

ここに，貨幣数量説の難点を挙げれば，朝夕に経験する実態経済を覗くとき，誰の眼にも観測することのできる「現実の実際問題として覆うことのできない」需給弾力性または価格伸縮性を度外して，時間とともに変動する通貨量と財貨量の抽象的なスケーラー見合いに偏寄する因果論を無視した現実ばなれの架空論に終始するということである。

したがって，貨幣数量説を根拠として，悪性インフレーションを解明しようとすることは，因果論的にはまったく不可能であるといわなければならない。しかし，往々にして，この数量説が問題となることの理由は，インフレーションの発展過程の一時点を抽象したばあいの，財貨量と通貨量の見合い関係ということが，「いかにも意味があるかのように考えられるため」それも弾力性または伸縮性を考慮にいれたうえでのものであれば問題はないのであるが，数量説の認識が，財貨と通貨の各時間的横の見合いの範囲にかぎられていて，それぞれの時間的縦の経過比におよびえず，断時的現在のみの認識にとどまり，たとえ，過去における見合い関係を導入したとしても，それらは各時間点別のバラバラのものであるから，比較しても百分率にとどまり，その趨勢を知ることができない。

2. 需給弾力性と価格伸縮性

悪性インフレーションの重要課題は，けっきょく，通貨の膨張と，その価値にあると思われるが，これを貨幣数量説によって貨幣数量とその価値（購買力）とは純粋に逆比例なものと断定し，またはさらに詳かに通貨事情，すなわち所得の流通速度や貨幣の構成などを加味したうえでの逆比例的なものと表現をあらためたとしても，数量説であるかぎりにおいては，肝心の因果の扉はいぜんとして閉ざされたままであることにはかわりない。しかし，悪性要因はあきらかに財貨の側にあって，需要強度に根ざす価格伸縮性に帰納されなければならないものと思われる。

したがって，穀物，食糧，燃料などのような不可欠の物資が払底すれば，「他の財貨量および通貨量は不変」であるとしても，これらの払底財の価格の騰貴率

は，数量説の反比例算に合致することは少なく，各財貨は，それぞれ相互依存関係下の個性，すなわち部分弾力性にもとづく騰貴率を示すことになる。つづいて，相互依存関係はもちろんのこと，食糧の騰貴は，あらゆる生産物の生産量のベースをたかめる結果となって，すべての生産物の価格に影響をあたえ，全面的な物価騰貴を招致することになる。かくて，人びとの食生活は，しだいに嗜好から健康維持に移行して，代替食による耐出斗餓の時代ともなれば，通貨量が一定不変にたもたれたとしても，諸物価は常態時に較べていちぢるしく変貌することである。

ことに必需品と奢侈品とでは，価格の変動率が各財貨の供給量の変動を同率と仮定しても，それは比較にならないほどの懸隔を生ずることで，それは誰れにでも実測できる価格現象である。

これらの問題に関して論じられたものに，オイゲン・スルーツキイ（Eugen Slutsky）の消費者行動の理論がある。ただし，スルーツキイ方程式は，各商品の消費量とその価格とを乗じた消費額の合計が所得に等しい，という予算方程式から構成されており，このばあいの価格および所得は，いちおう与件と考えられることで，与件の特質は，その経済体系において均衡の前後を通じ，自発的にはその値をかえないもので，昂進性を特徴とする悪性インフレーション，すなわち供給弾力性の喪失時までも想定にいれて考えられたものではないから，そのまま援用することは考えられないとしても，価格変動と代替効果を配慮するばあいには参考になるものと思考される。

それは，ある財の価格変動の効果は，所得効果と代替効果とに分解して考えることができるとして，前者は，ある財の価格の変化が，その消費者の実質所得に変化を与えて需要量に影響をおよぼす効果を指し，後者は，その価格変動による財貨相互の相対価格の変動の結果，需要量に影響をおよぼす効果であるとして，これを数式的に解明されているところに意義がある。

このほかに，多数商品間の問題に関して，たとえば，静態論的には，レオンワルラス（Léon Walras）の多数商品間の交換をはじめとして，比較静態論では，

ムーア (H.L. Moore) の複合形動的需要法則，シュルツ (H. Schultz) その他，動態論では，ヒックス (J.R. Hicks)，アレン (R.G.D. Allen) あるいはランゲ (O. Lange) の経済量関係の部分弾力性係数のようなものもあって，経済社会を構成する諸要素，すなわち価格，需要量，供給量，所得額などの相対的変化は，たとえば，単位時間内に乙の経済量が微小変化したばあい，これに関連して甲の経済量に変化が起れば，結果として生起した甲経済の相対的変化を，その原因である乙経済量の相対的変化で除した商を，経済量関係の弾力性係数として捉え，この係数は，その相対的変化の比によってあらわすために，単位の大きさは無関係であるというのである。

けっきょく，これらの文献は，概ね価格の関数としての需要量いかんの解明に終始していて，悪性インフレーションの解明には，とくに重要と思われる必需物資の供給不足時——それも供給が価格の関数としての機能を喪失したばあい——すなわち供給弾力性が消失したばあいにたいするものではないので，これ以上，論及することは控えるが，インフレーションの悪性究明には，後述するように，むしろ弾力性の逆数である価格伸縮性 (Price flexibility) のほうに重要性を認めなければならない。

よって弾力性に関する代表的な解説と思われるものから，その概要を抜萃すれば，まづ，「体系金融辞典（東洋経済新報社)」の 166 頁には，“需要函数 $x_i \fallingdotseq x_i(p_1, p_2, \cdots\cdots p_n, e)$ において，価格体系 $p_1, p_2, \cdots\cdots p_n$ を不変とした場合，e の増加によって，x_i がどの程度増加するかは，需要の所得弾力性 $(\partial x_i/\partial e)\times(e/x_i)$，すなわち他の事情に変わりなきものと仮定した場合の，需要量の変化率と所得の変化率との比によって測ることができる。一般に食費に対する所得弾力性は低く，文化的支出に対する所得弾力性は大きい。つぎに需要の価格弾力性についていえば，$(\partial x_1/\partial p_1)\times(p_1/x_1)$ の形のものを直接価格弾力性 (direct price elasticity of demand)，$(\partial x/\partial p_2)\times(p_2/x_1)$ の形のもの，すなわち他商品の価格との関連で捉えたものを交叉価格弾力性 (Cross price elasticity of demand) とよぶ。前者の意味するところは需要量の変化率とその商品の価格の変化率との比であり，後

者の意味するところは，ある商品の需要量の変化率とその原因をなしたと考えられる他商品の価格の変化率との比であり，いずれの場合にもその他の条件には一応変化のないものとして考えるのである。一財の場合についていえば，価格を縦軸にとり，需要量を横軸にとると，横軸に垂直なるごとき需要曲線は，完全非弾力的であるといい，横軸に水平なる需要曲線は完全弾力的であるという。前者においては，$d\log x_i/d\log p_1=0$ であり，後者においては $d\log x_i/d\log p_i=\infty$ である。一般に食料その他の生活必需品に対する需要の価格弾力性は非弾力的であり，需要量は価格が変化してもほとんど変化しないものと考えられる。

いま需要の価格弾力性 η を，1を分岐点として非弾力的に分ける。そうすると，つぎの表のごとくになる。

	非弾力的需要 $\eta<1$	$\eta=1$	弾力的需要 $\eta>1$
価格上昇	貨幣的需要増大	貨幣的需要不変	貨幣的需要減少
価格不落	貨幣的需要減少		貨幣的需要増大

一例をあげて，これを説明しよう。食物については $\eta<1$ でしかも η は零に近い数であるから，食物の相対価格の変化は，エンゲル係数を大きくゆり動かすであろう。$\eta=1$ の場合は，マーシャルにおいて不変支出曲線（直角双曲線）として表現された。”と掲載されている。

また，「近代経済学辞典（春秋社）」17頁には，“経済量相互の変動関係把握のための概念，変数 x の比例的変化に対する函数 y の比例的変化率の比の極限

$$\eta=\lim_{\Delta x=0}\left[\frac{x}{y}\cdot\frac{\Delta y}{\Delta x}\right]=\frac{xf'(x)}{f(x)}=\frac{x}{y}\cdot\frac{dy}{dx}=\frac{\partial(\log y)}{\partial(\log x)}$$

をもって変動の様相を示す概念を弾力性，その比を変数 x に関する y の弾力性係数 η といい，その逆数を伸縮性（屈伸性）flexibility という。ところで，変数 x を価格，函数 y を需要量の如き数量をもってあらわすのが，マーシャル以来の慣例[1] であり，この概念はたとえば価格の変動 dx に伴う需要量の変動 dy の様相を知るためのものであるが，y/x を乗じて変動率の比をもって示したのは，数

量や価格等測定される単位の変動に伴う影響を除くためである。

弾力性係数の符号は，いうまでもなく函数の性質に依存し，したがってその函数が増加函数のときは正，減小函数のときは負となるが，負の値をとる場合は通常それを正になおしてその絶対値をとるのが，マーシャル以来の慣習である。そこでいま η が1より大であれば弾力的 elastic，それが1より小であれば非弾力的 inelastic であるという。そして価格を変数，価格の函数を供給量とすれば，その弾力性を供給の価格弾力性（略して供給の弾力性）という。

以上一変数に関する弾力性の概念を述べたが，経済諸量は相互依存的であるから，弾力性係数は厳密には相互依存関係にある経済変数より任意の二つを取り出し，他の変数を変化なきものとして求められる部分（偏）弾力性係数によって示されなければならない。そこで任意の財 x_r の需要函数が，p_1, $p_2 \cdots\cdots p_n$ に対して，

$$x_r=\phi(p_1,\ p_2\cdots\cdots p_n)\ (r=1,\ 2\cdots\cdots n)$$

とすれば，需要の部分（偏）弾力性係数は

$$\eta_{rr}=\frac{\partial(\log x_r)}{\partial(\log p_r)}=-\frac{p_r}{x_r}\cdot\frac{\partial x_r}{\partial p_r}$$

$$\eta_{rs}=\frac{\partial(\log x_r)}{\partial(\log p_s)}=\frac{p_s}{x_r}\cdot\frac{\partial x_r}{\partial p_s}$$

$$\eta_{sr}=\frac{\partial(\log x_s)}{\partial(\log p_r)}=-\frac{p_r}{x_s}\cdot\frac{\partial x_s}{\partial r_r}$$

のいずれかによって示される。η_{rr} はある財の価格に関するある財の部分弾力性係数 $\eta_r\cdot\eta_{sr}$ は他の財の価格に関するある財の部分弾力性係数である。後者を特に需要の交叉弾力性 Cross elasticity of demand と称している。” と掲載されている。

これは，つまり弾力性係数の方程式が，クールノー (A. Curnot)[2] に端を発し，マーシャル (A. Marshall)[3] によって具体化されたものを，その後，需要，供給の域から拡げて，労働需要の弾力性（ピグー，A.C. Pigou），価格の弾力性（ムーア H.L. Moore），代替の弾力性（ヒックス，アレン J.R. Hicks, R.G.D.

Allen)，価格予想の弾力性（ヒックス J.R. Hicks)，巨視的経済諸量に関する弾性力，たとえば，有効需要に対する産出量の弾力性，雇用の弾力性，物価の弾力性（ケイスズ，J.M. Keynes）など，多方面に利用されるにいたったのであるが，とりわけ，ムーアの典型的需要関数群，複合形動的需要法則[4]，シュルツ（H. Schultz）の動的需要法則[5] などの説は，みずから称して動的というが[6]，その当否はしばらく措き，ムーアは「需要の価格弾力性概念が，需要法則に具体的なる形を与える鍵」となるものとして，一市場における需要の弾力性は，マーシャルのいっているように，価格の一定低落のばあいに，需要量が大きく増加するか，わずか増加するか，また，価格の一定騰貴のばあいに，需要量が大きく減小するか，わずか減小するかによって，あるいは大，あるいは小であるという。もし，これらの価格の弾力性または需要価格の伸縮性の性質を明らかにするような典型的需要関数（typical demand function）を見出すことができるとすれば，需要法則の数量化に有力なる経済の理論的基礎を与えることになるのは確かである。そこでムーアは，需要の価格弾力性を一般的定義にしたがい「需要量 D における相対的変化率と価格 P における相対的変化率との比」すなわちマーシャルの弾力性係数 $\eta=\frac{dD}{D}\Big/\frac{dP}{P}$ が，「価格の変化いかんにかかわらず一定であるとすれば」との前提の下に，

$$\eta=\frac{dD}{D}\Big/\frac{dP}{P}=\beta$$

$$\therefore\quad \frac{dD}{D}\beta=\frac{dP}{P}$$

これを積分して

$$\log D=\beta\log P+\log A$$

$$\text{(II—1)}\quad \therefore\ D=AP^{\beta}\quad \text{ただし } A \text{ は積分定数}$$

すなわち求むる典型的需要関数がえられるというのである。

しかるにマーシャルの経済学原理（A. Marshall: Principles of Economics, Eighth edition London, 1952）には，“The geneal equation to demand curves representing at evey point an elasticity equal to n is $\frac{xd}{x}+n\frac{dy}{y}=0$, i.e,

$xy^n=c$. It is worth nothing that in such a curve $\frac{dx}{dy}=-\frac{c}{y^{n+1}}$; that is, the proportion in which that amount demanded increases in consequence of a small fall in the Price Varies in versely as the $(n+1)^{tn}$ power of the price. In the case of the constant out lay curves it varies inversely as the square of the price; or which is the same thing in this case, directly as the square of the amount."[7] と明記されてあることから推して，ムーアの典型的需要関数への展開のみちは，じゅうぶんに付与されてあったもので，この方程式に関するかぎり，マーシャルからムーアへのみちは，クールノーからマーシャルへのみちよりむしろ平坦である。

注

1) 近代経済学辞典に "変数 x を価格，函数 y を需要量の如き数量をもってあらわすのが，マーシャル以来の慣例であり" とあるが，マーシャルにしたがえば，x と y は逆で，変数 y を価格，関数 x を需給量云々とあらためなければならない。

本稿においては，マーシャルに遵ったために，引用文献とは逆表示となるばあいがあることを断っておきたい。

2) クールノー著「富の理論の数学的原理に関する研究」中山伊知郎訳 83—4 頁「クールノー数理経済学」81頁。

3) A. Marshall, Principles of Economics, Eighth edition, London 1952, p. 86～87. p. 690～692.

4) H.L. Moore; forecasting the yield and price of cotton,—dynamic law of demand in its complex form— p. 147～162.

5) H. Schultz; The theory and measurement of demand. Chicago, 1938 p. 10, p. 55.

6) ムーアの複合形動的需要法則その他に関する，故杉本栄一教授の研究論文『東京商科大学研究年報，経済学研究 (7) 1942年，"ムーアの計量経済学的需要研究とその比較静態論的性格"』59～163頁には，ムーアの需要法則に精緻なる批判をくわえた論文を掲載されて，ムーアが，みずから称して，動態的需要法則と自負したのにたいし「比較静態的需要法則」と称せられたのであるが，その結論の一部を抜萃すれば "すなわち均衡需要点および需要曲線が変位しまた変形するのである。しかるかぎりにおいて，比較静態的需要法則は，時間の函数として現実的なる「変動」を含んでいるかの如くにみえる。しかし比較静態的需要法則は，既に述べた如く，原理上無関係に相並列せ

る複数の静的均衡状態のそれぞれに一個づつ付属するところの静態的需要曲線の束として与えられ，それぞれの時点における需要曲線の位置及び形状は，その需要曲線の付属する静的均衡状態に固有なる特殊の与件にのみ依存するにすぎない。蓋し比較静態にあって，既に述べた如く，一つの与件変動に続いて新たなる与件変動が直ちに継起せず，旧き均衡の破壊から新たなる均衡の回復するまでに適応過程の十分なる進行が許されているという基本仮定に従い旧き均衡状態と新たなる均衡状態とは，論理上無関係なるものとして観念されている。(中略)……したがって一つの需要曲線上の均衡点と他の需要曲線上の均衡点とは論理上たがいに無関係であり……(中略)……したがってムーアが現実に導出せる比較静態的需要法則において，相異なる需要曲線を相互に関係づけるものは，経済原理ではなくして統計技術にすぎないといわなければならない。ムーア流の比較静態的需要法則が単なる「可動的」のみならず，現実の「変動」をも含むかの如くにみえるのは，単に外見上の事柄にすぎない。

変動の原理は，本質上それに内含せられず，非論理的にいはば外部からそれに付着しているにすぎないのである。” 云々

7) A. Marshall; Principles of Economics; Eighth edetion, London 1952 p. 691 ∼2.

3. 価格伸縮性

需要量を x，価格を y とし，$x=f(y)$ において，需要の弾力性係数 n は，マーシャルにしたがい

(III—1) $$\frac{dx}{x}\cdot\frac{y}{-dy}=-n \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(a)$$

$$\frac{dx}{x}=-n\frac{-dy}{y} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(b)$$

(b)を積分して，ただし $\log a$ は積分定数

$$\log x=-n\log y+\log a \cdots\cdots\cdots\cdots(c)$$

(III—2) $$\therefore\ x=cy^{-n} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(d)$$

(III—3) $$c=\frac{x}{y^{-n}}=xy^{n} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(e)$$

(III—4) $$x=cy^{-n}=\frac{c}{y^{n}}=\frac{xy^{n}}{y^{n}}\cdots\cdots\cdots\cdots(f)$$

(III—5)　$\dfrac{dx}{dy}=-n\dfrac{x}{y}=-n\dfrac{cy^{-n}}{y}=-n\dfrac{c}{y^{n+1}}$……(g)

nが正(プラス)のばあいは

$\dfrac{dx}{dy}=ncy^{n-1},\quad x=cy^{n}$ ……………………(h)

以上の式のなかで，とくに注目すべき点は，

（A）　需要量xと価格yの平均量の見合比率（静的均衡）と称われる$\dfrac{x}{y}$に弾力性係数nを乗じた積，すなわち$n\dfrac{x}{y}$は，動的趨勢を示す限界比率$\dfrac{dx}{dy}$に等しい[1]ということ。((g)に該当)

ただし，xおよびyは，基準時点におけるそれぞれの数値を100％とする百分率数をもってあらわされたものとする。

（B）　需要量xと価格yとの関係において，xはyの「弾力性係数乗冪」に比例する。すなわち$x\propto y^{-n}$または，$x=y^{-n}$であること。こうして，（A）および(B)の結果から，これまで需要弾力性係数と呼ばれてきたnは，(A)のばあいは$-x\dfrac{x}{y}=\dfrac{dx}{dy}$の形式から係数と呼ぶに適しいとしても，（B)のばあいは，$x\cong y^{-n}$の関係から，「弾力性指数」もしくは，単に，「需要対数」と呼ぶほうが表現が直截的で，その本質の核心を直指するように思われる。

以下においては，なるべく「(A)のばあいは弾力性係数」，「(B)のばあいは弾力性指数」と呼ぶことにする。

また，式(d)すなわち$x=cy^{-n}$の定数cは，式(e)により，明らかなようにxy^{n}をもって代置されるのであるが，$x=y^{-n}$のばあいは，xy^{n}はむろん1で定数として存置の意味はない。しかし，$x\fallingdotseq y^{-n}$のばあいは，とうぜん定数の介在を暗示することになる。

前掲の近代経済学辞典の抜萃の方程式

$$\eta=\frac{x}{y}\cdot\frac{dy}{dx}=\frac{\partial(\log y)}{\partial(\log x)}=n$$

に徴するも[2]，または実測の統計数量から算出するばあいの弾力性方程式の性質に照しても，「需要量の増減は，価格の何乗（羃）に比例するか」という問題の解法とみるべきで，一般的には $x キ y^{-n}$ はありえないのが道理である。

しかし，ムーアやシュルツの考え方からすれば，$x キ y^{-n}$ は，あるいはとうぜんのことであるかも知れない。だからといって，ムーアの需要法則や[3]，シュルツの説のほうが正しいというわけではない。むしろ，わたしは“マーシャルに帰れ”と主張せざるをえない。

けっきょく，弾力性または伸縮性の理論も，「人間の欲望の社会的反映」であって，貨幣経済下における欲望充足にともなう一種の習性的定型としてのあらわれとも解釈されるので，当該財貨の極端な過不足時をのぞいて，（もし，簡単に実験または経験できるものとすれば，極端な過不足時とはいえども，法則抽出の好材料，好参考として歓迎すべきであるが）若干は経験頻度を示すであろう範囲の需給または価格の変動があらわれると，それを手がかりとして，当該財の価格的性格でもある弾力性指数が捉えられる。そして，それは原理的にみて，または数理的に察して，斉一性がみとめられる指数曲線 $x=y^{-n}$ にほかならない。ただし，これは当該財貨に対する幾多の相互依存関係が絡みあったままの，価格および需給の変動現象に対する関数的法則の補捉という意味である。

したがって，$x=y^{-n}$ は，本来，斉一率（指数）の性格のものであるとしても，相互依存関係に変動が生起すれば，その影響をうけて性格に歪みがあらわれてくることは免れることのできない宿命である。このことは，基準点となるべき $-n$ の測定時点を，いかに選ぶべきかについて慎重な配慮を必要としても，概括的にみて，需給が可成的に均衡の状態にある常態時を選ぶことが，もっとも望ましいと思われる。

因みに，需給弾力性または価格伸縮性の現象は，「人びとが欲望充足を貨幣的に処理しようとするばあいにあらわれる需給応力の反映」であるため，欲望のなかには生きるための切実なものから，趣味，嗜好または流行にいたるまで包含される関係上，これらのものの恒常不変が確保されるばあいをのぞき，伸縮性の性

格の変動，すなわち指数 $-n$ の変化は若干みとめなければならないであろう。

同時に，このほかにも外部からの原因によるもので，相当大きな影響をおよぼすものは，たとえば，(a) 政治(政策)的原因によるもの，(b) 国際(国外)的原因によるもの，(c) 自然(恵災)的原因によるもの，などがそれである。

かといって，上述のすべてを考慮にいれた計算によって，斉一不変の関数を求めようとすることは，むろん無理な企であって意味もないことである。

つまり，$x=y^{-n}$ の指数，$-n$ は，その性質からみて，少なくとも測定点付近，すなわち x および y の変動があまり大きくないあいだは，蓋然性があるとみても差支えない。それが，もし，$x≒y^{-n}$ となって，$-n$ に動揺が起ったとすれば，その動揺生起の原因が，那辺に存し，奈何なる関係により，いかに影響をおよぼしたかを，その都度，精細に追及して，その結果を記録におさめ，漸次，記録が豊富になれば，爾後に蒙る価格需給の変化に対して，これらの記録を参考として適切な模型予測をおこなうことにより，環境，すなわち相互依存からの影響で，$-n$ が変化するであろうばあいの予測も概括的に可能となって，比較的確率の高い結果がえられることになるであろう。

上述の方法は，一見して素朴的ではあるが，測定の相手がひとの心を反映しつつ流転的な変化をつづけ，しかも相互依存関係や外部からの不測の事象の影響をうけて，需要法則の斉一性を歪ませることに思いをいたすとき，実験不能の自然科学，たとえば天気予報の観測のばあいのように，経験法則に準拠するほかには合理的な解決の手段はないものと思われる。

けっきょく，需給の均衡時，もしくはそれに近いと思われるばあいの弾力性指数 $-n$ を「当該財の相互依存の影響下における標準弾力性指数」と定めて，いちおう，その斉一性をみとめたうえで，もし $x≒y^{-n}$ が出現すれば，たとえ原因が厳密には千差万別であろうとも，ただちにその原因を追及して後日に備えよというのである。

要するに，弾力性係数 $\frac{dx}{dy}\cdot\frac{y}{x}=n$ は，弾力性指数 $x=y^{n}$ としてのほうが，弾力性の概念を容易にするばかりか，$x^{1/n}=y$ と置き換えると，価格は需要の「弾

力性指数の乗根」すなわちn乗根に比例することになるので，「弾力性指数の逆数，すなわち価格伸縮性指数乗」となる。なお，$x=cy^{-n}$ の定数cは，式(III—3) から容易にみいだすことができる。

ここに思考をあらたにして，xおよびyの実測から「xはyの何乗に比例して変化するか」との設問の解答が，指数 $-n$ の算出であるとすれば，(III—2) の $c=1$ となり，$x=y^{-n}$ と，きわめて鮮明にでてくる。

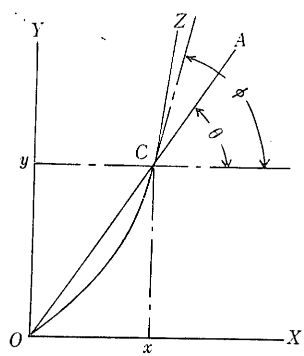
方程式$\frac{dx}{x}\div\frac{dy}{y}=n$ は，つぎのようにも解釈することができるであろう。すなわち需要の変動率$\frac{\Delta x}{x}$および価格の変動率$\frac{\Delta y}{y}$は，それぞれの変動を各別に百分率であらわしたのち，この両百分率数の比，すなわち相対比を求むれば，弾力性指数nがえられるわけであるが，このnを，そのばあいにおける需要xおよび価格y（いずれも随時設定の基準点——理想としては需給均衡時——を 100% とする百分率数によってあらわす）の比，$\frac{x}{y}$に乗じた積，すなわち $n\frac{x}{y}$は，そのばあいの極限比率$\frac{dx}{dy}$に等しい。

このばあいの需要曲線の伸行方向と，縦軸yとのあいだに挟む角度は（下掲第1図参照）

$$\phi=\arctan\frac{dx}{dy}=\arctan\frac{nx}{y}$$

としてあらわされ，限界比率の測知が簡易化する。

しかし，ここにおいて考えなければならないことは，実測数値から指数nを算出するばあい，$\frac{\Delta x}{x}$および$\frac{\Delta y}{y}$を確立することが難しいということである。それは「$\frac{\Delta x}{x}$または$\frac{\Delta y}{y}$の変動率，すなわち百分率数があまり大きくなく，さらに$\frac{\Delta x}{x}\div\frac{\Delta y}{y}=n$ の値が1に近ければ近いほど」実測値適用の誤差は，実用上無視することもできるであろうが，nの数値



（第1図）

が1から遠ざかるにしたがい，また実測数値$\frac{\Delta x}{x}$および$\frac{\Delta y}{y}$の各百分率数が増大するにつれて誤差が大きくなってくるということである。このことに関しては，マーシャルも，彼の著書，A. Marshall; Principles of Economics; Eighth edition, London. 1952. 86頁にみとめている[4]。

したがって，マーシャルの弾力性方程式は原形のままでの理論を展開するばあいはとも角，具体的な数字を使うさいは，とくに注意しなければならない。というのは$\frac{\Delta x}{x}\div\frac{\Delta y}{y}=n$ の形で表現されたものを微積分で解くことは容易であるが，しかし，このばあいでもxおよびyの数値に対しては，それぞれ別単位である需要量および価格を，そのままでは使用することができないので，任意時点（均衡時が好適）を基準時点と定め，そのさいのそれぞれの単位数x_0およびy_0を100%と定めて，測定せんとする次時点におけるそれぞれの単位数x_1およびy_1を基準時点における百分率数，すなわち$\frac{x_1}{x_0}=x$，$\frac{y_1}{y_0}=y$ であらわしたものでなければならない。

これらのことに関しては，たとえば既掲の「近代経済学辞典」17頁に，“この概念は，たとえば価格の変動dxに伴う需要量の変動dyの様相を知るためのものであるが，y/xを乗じて変動率の比をもって示したのは，数量や価格等測定される単位の変動に伴う影響を除くためである。” と記されていることは，異単位間の比率を求めるための手段としての百分率化ということになっているようであるが，具体的な実測数字を使うばあいは，xおよびyは，上述のようにそれ自体が基準時点を100%とする百分率数であらわされなければならない。さらに“この概念は価格の変動dxに伴う需要量の変動dyの様相を知るためのもの”とあるが，これだけでは価格と需要量の限界比率$\frac{dy}{dx}$を知るだけであって，弾力性係数ηは察知することができない。弾力性指数 $y=f(x)=x^n$ の指数nを知ることが目的であるとするならば，nの導出方法として$\frac{y}{x}$を乗じることは，異単位数量相互の比率を求めるための手段以上の重要性と意味がある。まして$\frac{y}{x}$は，分子分母にそれぞれ百分率数であらわされた数量であることにおいてはなおさらである。

かりに弾力性方程式$\frac{\Delta x}{x}\div\frac{\Delta y}{y}=n$ のxおよびyが，はじめから同一単位の数

量であったとしても，$\frac{dx}{dy}\cdot\frac{y}{x}=n$ の形にしなければ $y\cong x^n$ の指数 n を求めることはできない。

さて，方程式$\frac{\varDelta x}{x}\div\frac{\varDelta y}{y}=n$ を解くために，微積分をもちいることが鉄則になっているが，数式の形式からみれば初等算数の分数課題として使うこともできるはずである。けれども，変動 $\varDelta x$ の大きさ次第では，分母の x は変動前の値をとるか，または変動後の値をとるかが問題となる。しかし，実際は，そのいずれも誤差を生じて，正確な弾力性指数 n の導出ができないので，上掲のようなマーシャルの雑駁論があらわれたことは，とうぜんのことといわなければならない。一見して単純なこの方程式も，微積分をもちいないで解くことは難しいが，求めるものが弾力性指数であるとすれば，解題のみちはマーシャルの弾力性係数の方程式$\frac{dx}{x}\div\frac{-dy}{y}=-n$ であると解することには差支えないであろう。それは需要量 x と価格 y との相関関係，すなわち $x=y^{\pm n}$ の指数 n を抽出するための一手段にすぎないからである。

上述の観点からして，実態経済における具体的統計数値をあつかうばあい――微積分や自然対数をもちいなくても――常用対数を利用して，目的の弾力性指数を直接に抽出することのほうが容易であるばかりか，$\varDelta x$ および $\varDelta y$ が比較的に大きな数値であらわされるばあいも，これを合理的に処理できることである。しからばその算出方法いかんというに，まず任意時点における需要量 x_0 価格 y_0 を，おのおの基準値 100% と定めて，変動後の測定時点における需要量を x_1，価格を y_1 とすれば，そのさいの需要量および価格が，各基準値のそれに対する比率，すなわち百分率数は，

$$x=\frac{x_0\pm\varDelta x}{x_0}=\frac{x_1}{x_0},\quad y=\frac{y_0\pm\varDelta y}{y_0}=\frac{y_1}{y_0}$$

としてあらわされる。そうして x および y がたがいに逆比例的，すなわち減少関数であるばあいは，

$$x=y^{-n}=\frac{1}{y^n}\qquad\therefore\quad y=\frac{1}{x}$$

$$n\log_{10}y=\log_{10}\frac{1}{x}$$

$$n=\log_{10}\frac{1}{x}\Big/\log_{10}y=\mathrm{colog}_{10}x\Big/\log_{10}y$$

もし，さらに運算をすすめる必要があれば

$$\log_{10}n=\log_{10}(\log_{10}1-\log_{10}x)-\log_{10}(\log_{10}y)$$

ただし，x および y がたがいに正比例的，すなわち増加関数のばあいは

$$n=\log_{10}x\ /\ \log_{10}y$$

以上は需要弾力性指数のばあいであるが，要点は需要が一定不変値であるばあい「価格は供給量の関数となる」ために，「価格(%)は供給量(%)の幾乗(羃)に逆比例して騰落するか」という課題を解くばあいも，上述と同様の方法をもって，

$$y=s^{-n},\quad y=\frac{1}{s^n}\qquad s_n=\frac{1}{y}$$

$$n\log_{10}s=\log_{10}\frac{1}{y}$$

$$n=\mathrm{colog}_{10}y\ /\ \log_{10}s$$

としてあらわすことができる。

なお，蛇足的余事ではあるが，ここに例題を設けて弾力性方程式に検討を加えてみることにしよう。

例題 (1)　$x=f(y)=y^n$ において

$$\frac{dx}{dy}=ny^{n-1}$$

$$\frac{y}{x}\cdot\frac{dx}{dy}=\frac{y_n y^{n-1}}{y^n}=n$$

例題 (2)　$x=f(y)=y^{-n}$ において $\dfrac{dx}{dy}=-ny^{-n-1}$

$$\frac{y}{x}\cdot\frac{dx}{dy}=\frac{-nyy^{-n-1}}{y^{-n}}=-n$$

例題 (3)　$x=f(y)=ay$ において $\dfrac{dx}{dy}=a$

$$\frac{y}{x}\cdot\frac{dx}{dy}=\frac{ya}{ay}=1$$

例題 (4)　$x=f(y)=ay^n$ において $\dfrac{dx}{dy}=nay^{n-1}$

$$\frac{y}{x}\cdot\frac{dx}{dy}=\frac{y^n ay^{n-1}}{ay^n}=n$$

すなわち，上掲において明らかなように，指数が1であるべき一次方程式では，弾力性指数も1となり，需要曲線は直線を画くことになる。ただし弾力性指数が負（マイナス），すなわち $-n$ のばあいは，$-n=-1$ をふくむ直交双曲線または，それに近似の曲線を画くことになる[5]。

要するに弾力性係数方程式は，「需要は価格の幾乗に，逆比例（または比例）して増減するか」という指数関数の一解法であると理解すれば，方程式 $\dfrac{\Delta x}{x}\div\dfrac{\Delta y}{y}$ は，けっきょく $x=y^{-n}$ の指数または x の対数 $-n$ の抽出手段にすぎない。このように相互関係が明らかになれば，弾力性概念がどんなものであるかを摑むことも容易となるであろう。

たとえば，J.M. Keynes; The general theory of Employment, Interest and Money. London, 1936. pp. 280—5（塩野谷九十九訳「雇用，利子および貨幣の一般理論」340—6頁には，雇用関数関係の弾力性方程式が展開されているが，もし，これらの方程式の展開に先きだって，既述の $x=f(y)$ において $\dfrac{dx}{x}\div\dfrac{dy}{y}=n$，したがって $n=y^n$ の関係に注意して，これに焦点をあわせていたとすれば，いま少し簡単に展開できたのではないかとも思われる。

また，このケインズの雇用関数方程式に関して，戸田武雄教授はその著書「近代経済学批判」（274～5頁）に，原典の方程式を明快に解説されているが，ただ，その末尾に添えられた一語に疑問の点があるので，それを抜萃するに，

“ケインズの有効需要論，さらに，有効需要の変化とインフレ収束の関係をみるため，ケインズの e_p, e_0 をみることが必要である。物価 p が変動したことは，変動した量 Δp とすれば，物価変動率は $\dfrac{\Delta P}{P}$ となり，一般にケインズ経済学で，

$$\text{有効需要}(D)=\text{所得}(Y)=\text{物価}(P)\times\text{生産量}(O)$$

となるので，所得の変動率は，$Y=D$ で $\dfrac{\Delta D}{D}$ となるから，その比は $\dfrac{\Delta P}{P}\div\dfrac{\Delta D}{D}=$

$\frac{\Delta P}{\Delta D}\cdot\frac{D}{P}$ はとなる。$\frac{D}{P}$は国民所得を物価で割ったもので，実質所得を示し$\frac{D}{P}$ $=O$ となる。そこで，

$$\frac{\Delta P}{\Delta D}\cdot\frac{D}{P}=\frac{\Delta P}{\Delta D}\cdot O$$

これは所得の変動率によって物価がどれほどの変動率を示したかをあらわし，ケインズの e_p にあたる。

また所得変動率の生産変動率におよぼす効果は，$\frac{\Delta O}{O}\div\frac{\Delta D}{D}=\frac{\Delta O}{\Delta D}\cdot\frac{D}{O}=\frac{\Delta O}{\Delta D}$ $\cdot p$ でこれを e_0 であらわす。

$D=P\cdot O$　両辺を D について微分し，積の微分の公式により

$$1=\frac{dP}{dD}\cdot O+\frac{dO}{dD}\cdot P$$

すなわち生産の変動率と物価の変動率とを加えたものが有効需要の変動率にひとしいことがみちびかれる。

$$\frac{dO}{D}=\frac{dO}{O}+\frac{dP}{P}$$

そこで所得の増加率は物価の増加率と生産の増加率とに分解される。いっぱんに所得の増大は物価をたかめ，生産活動を上昇させる。

そこで両辺を$\frac{dD}{D}$で割ると

$$1=\frac{dO}{O}\div\frac{dD}{D}+\frac{dP}{P}\div\frac{dD}{D}\qquad\therefore\quad 1=e_0+e_p$$

名目所得の変動が生産と物価にはたらいてどういう影響をあたえるかが示されるわけで，名目所得の増加率が実質所得の増加率にひとしければ e_0 は 1，e_p は 0 で物価は変動しない。

もし生産が少しもふえず物価だけ上昇するときは，e_p は 1 で e_0 は 0 であるが普通にはこの両極端の間にある。もし e_0 が 0.5 であれば実質所得の増加は名目所得の半分であることを示し，e_0 が 0.33 なら三分の一である。”

この最後の一語は原典にもないので，戸田教授の老婆親切と思われるが，もし，

$$\frac{\Delta x}{x}\div\frac{\Delta y}{y}=n$$

したがって，$x=y^n$ が援用されているとすれば，解答はつぎのように導きだされたであろう。

前提条件は

$$Y=D=P\cdot O \quad \cdots\cdots(1)$$

$$\frac{\Delta P}{\Delta D}\cdot\frac{D}{P}=e_p \quad P=D^{ep} \quad \cdots\cdots(2)$$

$$\frac{\Delta O}{\Delta D}\cdot\frac{D}{P}=e_0 \quad O=D^{eo} \quad \cdots\cdots(3)$$

(1)，(2)，(3) から

$$O\cdot p=D^{eo}\cdot D^{ep}=D^{eo}+D^{ep}=D \quad \cdots\cdots(4)$$

$$\therefore\ e_0+e_p=1 \quad \cdots\cdots(5)$$

したがって，もし e_0 が0.5であれば，実質所得の増加は名目所得の平方根（$O=D^{1/2}$）であることを示し，e_0 が0.33であれば立方根（$O=D^{1/3}$）に比例する，といわれたらと思われてならない。

さらに教授は，

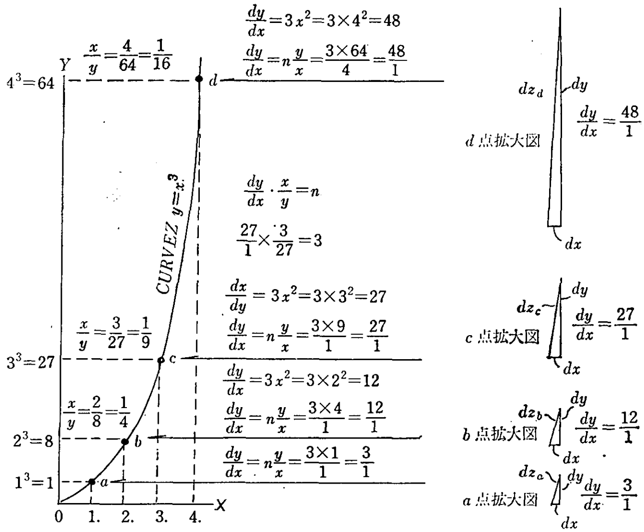
“$e_p>e_0$ の場合がインフレであり，e_p が1になり，さらにそれよりより大きくなれば，名目所得の増加は物価の上昇におよばなくなる。ケインズの式は，有効需要の生産効果とインフレ効果とを百分率で示したものである”

とも述べられている。しかし，これも D および P の関係を直接的に百分率数で示される性質のものではなく，対数関数である e_0 および e_p の割合を百分率数で示したものである，といわれるべきであったのではないかと思われる。

静観するに，弾力性係数に関しては，上述のように誤解に導く憾があるので，弾力性係数の呼称を弥力性指数に改称することによって，誤解を解消することができるのではないかと思われる。

注

1) 下掲の第2図は，弾力性方程式の各項の数値を図解的に説明するため，図のなかに数値を書きいれたもので，関数 $y=f(x)=x^3$ すなわち価格 y は，超過需要 x の3乗に比例すること，そして超過需要のばあいは増加関数であるため，弾力性指数3で，けっきょく，x^3は正指数である。



（第　2　図）

図中記入の数値を表にすれば

x	y	x/y	dy/dx	ny/x	$\frac{x}{y}\cdot\frac{dy}{dx}=n$
2	8	2/8	12/1	3×8/2	2/8×12/1=3
3	27	3/27	27/1	3×27/3	3/27×27/1=3
4	64	4/64	48/1	3×64/4	4/64×48/1=3

曲線 z の点 a b c d 以外の点においても，弾力性指数 n は 3 で，y の対数関数である。

2)　$\eta=\frac{x}{y}\cdot\frac{dy}{dx}=\frac{\partial(\log y)}{\partial(\log x)}=n$ から推して，というのは，つぎのごとくである。ただし e は自然対数

$$x=e^r \quad \frac{\partial x}{\partial r}=e^r \quad \therefore \quad \frac{\partial r}{\partial x}=\frac{1}{e_r}=\frac{1}{x}$$

$$\therefore \quad \partial r=\frac{1}{x}\partial x=\partial(\log x)$$

$$y=e^s \quad \frac{\partial y}{\partial s}=e^s \quad \therefore \quad \frac{ds}{dy}=\frac{1}{e^s}=\frac{1}{y}$$

$$\therefore \quad \partial s=\frac{1}{y} \qquad \partial y=\partial(\log y)$$

$$\frac{\partial(\log y)}{\partial(\log x)}=\frac{\partial s}{\partial r}=n, \quad s=r^n$$

$$\therefore \quad y=e^s=e^{rn}=x^n$$

または簡単に

$$x=e^r \quad r=\log x \quad y=e^s \quad s=\log y$$

$$\frac{\log y}{\log x}=\frac{s}{r}=n \qquad s=r^n$$

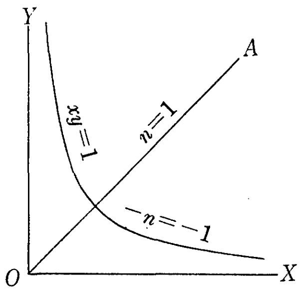
$$\therefore \quad y=x^n \quad e^s=y \quad e^{rn}=x^n=y$$

ここでは，近代経済学辞典の掲載に準じて，y が需要量，x が価格である。本稿ではマーシャルにしたがって，x が需要量，y が価格であることを断っておきたい。

3) 既掲経済学研究(7)1942年（59～163頁）を参照されたい。

4) マーシャル経済学原理86頁の原文に関しては，中央学院大学論叢第７巻第１号（1972.6）記載したため，本稿では省略。

5) 弾力性指数が負（マイナス），すなわち $-n$ のばあいは，n の数値（絶対数）のいかんにかかわらず，需要曲線は直交双曲線またはそれに近い曲線となる。その理由は，弾力性指数が負（マイナス）のばあいは $x=y^{-n}=\frac{1}{y^n}$ または $y=\frac{1}{x^{1/n}}$ となるので，y^n が零に近づくにしたがい x は無限大に近づき，$x^{1/n}$ が零に近づくと y は無限大に近づかざるるをえないので，たがいに直角を指向するところの無限遠と無限遠とを x 軸および y 軸の直角内でつなぐ曲線となる。いい換えれば，無限遠点が漸近線に接する曲線であることを意味する。（下図第３図参照一尚次号で詳細）



（第３図）

このように判明すれば $-n=-1$ のばあいであっても，需要曲線は等辺双曲線を画くことはとうぜんで，マーシャルも，これを指摘して不変支出曲線 (Constant Outlay Curve) と名づけていることから推して，需要曲線が負（マイナス）の指数曲線であるかぎり，直線であらわされてよいはずはない。

ところが，需給曲線に関する「蜘蛛の巣の定理」においては，需要・供給両曲線とも直線の交叉として表示されたもので充されているが，いかに概念の解説を目的とするとしても，増加関数の供給曲線は別として，減少関数の需要曲線は負指数曲線である以上，直線であらわすことは研究のみちにあるものを過誤に導くおそれがあるように思われる。