不確実性と損益分岐点分析
——対数正規モデルと正規モデル——

河　野　一　郎

目　次

1. はじめに
2. 販売量のみが正規分布する場合
3. 各確率変数が正規分布する場合
4. 利益の正規性
5. 各確率変数が対数正規分布する場合
6. 正規モデルと対数正規モデルの比較
7. 結　び

1. はじめに

損益分岐点分析（break-even analysis）は利益管理のための方法として使用されている。

周知のように，売上高と総費用（固定費＋変動費）が一致する点，すなわち純損益が0となる点を損益分岐点といい，費用と操業度と利益の関係を表わしたものとして利益図表（図1）がある。

従来の損益分岐点分析では製品の販売量，価格，単位当り変動費，固定費に関して完全情報が得られるものと仮定しており，これらの値を一定として扱っている。ところが現実には販売量等に完全情報が得られることはまれであり，これらは不確実性をともなったものとして扱われる方がより妥当であろう[1]。

製品の販売量等を確率変数とした，危険（Risk）や不確実性（Uncertainty）のもとでの損益分岐点は分析はヂュディキィとロビチェク（Robert K. Jaedicke

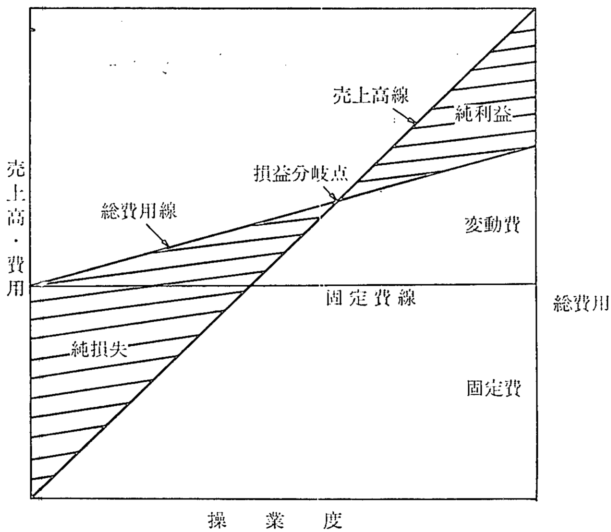


図1 利益図表

and Alexander A. Robichek)(2), ヒリアードとライチ (Jimmy E. Hilliard and Robert A. Leitch)(3), 佐藤精一教授(4)によって論じられている。本稿はこうした研究の成果をふまえた上で不確実性の扱い方に関する考察を試みるものである。

不確実性を考慮した方法からは，従来の方法から知りえた，損益分岐する売上高や，一定の利益をあげるのに必要な販売量といったことのほかに，それらを達成し得る確率，危険を考慮した各プロジェクトの比較，販売量等に関する情報の精粗の検討等が可能となる(5)。

2. 販売量のみが正規分布する場合

C.V.P. 関係の中で最も不確実性をともなった変数として販売量をあげることができよう。この販売量を確率変数とする分析は，デュディキィとロビチェクによって提示された。(6)

ここで

π ：利益

Q ：販売量

P ：価格

V ：単位当り変動費

F ：固定費

C.V.P. 関係は

$$\pi=Q(P-V)-F \qquad (1)$$

いま販売量 Q だけが正規分布する確率変数となり，価格 P，単位当り変動費 V，固定費 F は定数である場合を考える。

この時利益 π は，

$$\text{平均}\ \mu_\pi=\mu_Q(P-V)-F \qquad (2)$$

$$\text{分散}\ \sigma_\pi{}^2=\sigma_Q{}^2(P-V)^2 \qquad (3)$$

の正規分布となる。

たとえば価格 $P=3,000$(円) 単位当り変動費 $V=1,750$(円) 固定費 $F=5,800,000$(円) 期待販売量 $E(Q)=$ 販売量 Q の平均 $\mu_Q=5,000$(個) である時，損益分岐点の売上高 S_B は，

$$S_B=\frac{5,800,000(\text{円})}{3,000(\text{円})-1,750(\text{円})}=4,640(\text{個}) \qquad (4)$$

この場合の確率分布を図2に示した。

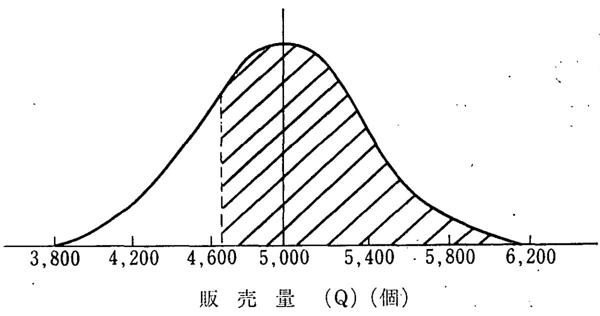


図 2

確率分布の下の斜線の部分の面積は，販売量が損益分岐点4,640(個)を越す確率を示している。

図2の確率分布と利益図表を結合させたものが図3である。

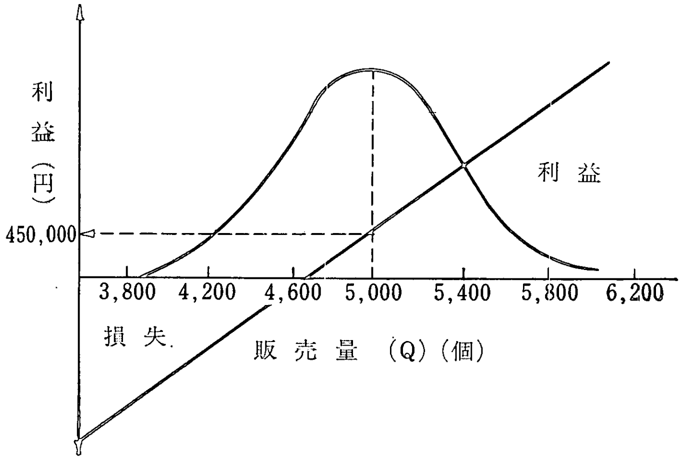


図 3

この利益図表は不確実性のもとでの損益分岐点分析を示している。

これから従来の利益図表からわかることのほかに，①損益分岐する確率，②特定の利益額を実現しうる確率，③各プロジェクト相互の不確実性のもとでの比較，④販売量の標準偏差 σ_Q の大きさを見ることにより，販売量に関する情報の精粗等々を知ることができる[5]。

期待利益 $E(\pi)$ は，

$$E(\pi)=E(Q)(P-V)-F=450,000(\text{円}) \qquad (5)$$

利益の標準偏差 σ_π は，

$$\begin{aligned}\sigma_\pi&=\sigma_Q(P-V)\\&=400(\text{個})\times 1,250(\text{円})\\&=500,000(\text{円}) \qquad (6)\end{aligned}$$

利益 π は平均 $\mu_\pi=450,000$(円) 標準偏差 $\sigma_\pi=500,000$(円) の正規分布をする。

これを図示すると図4のようになる。

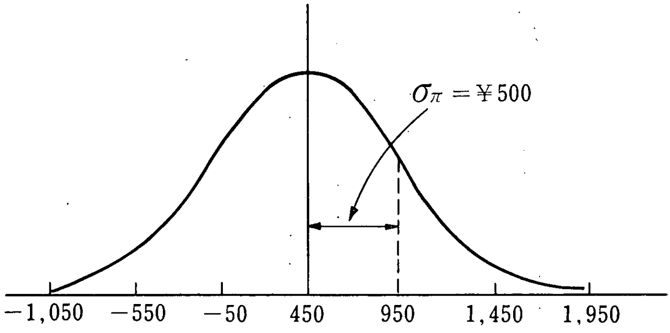


図 4

この図4から次の確率を知ることができる。

(1) 損益分岐点を越える確率

$$\text{標準正規変量 } Z=\frac{\pi-\mu_\pi}{\sigma_\pi}=\frac{0-450,000}{500,000}=-0.9 \qquad (7)$$

正規の累積度数分布を示した表1から $Z=0.9$ の確率 0.3159 を読みとる[7]。

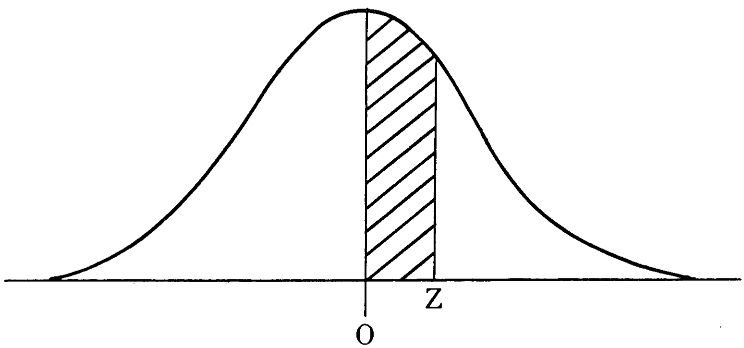


図5 斜線面積はの正値について表1に示した面積である

表1　正規の累積度数分布
（標準正規分布曲線の0からZまでの面積）

Z	0.00	0.05
0.0	0.0000	0.0199
0.1	.0398	.0596
0.2	.0793	.0987
0.3	.1179	.1368
0.4	.1554	.1736
0.5	.1915	.2088
0.6	.2257	.2422
0.7	.2580	.2734
0.8	.2881	.3023
0.9	.3159	.3289
1.0	.3413	.3531
1.5	.4332	.4394
2.0	.4772	.4798

$$Pr(\pi>0)=0.5000+0.3159=0.8159 \tag{8}$$

(2)　40万円よりも大きい利益が得られる確率

$$Z=\frac{400,000-450,000}{500,000}=-0.1 \tag{9}$$

$$Pr(\pi>400,000)=0.5000+0.0398=0.5398 \tag{10}$$

(3)　損失を蒙る確率

$$Pr(\pi<0)=1-0.8159=0.1841 \tag{11}$$

3.　各確率変数が正規分布する場合

前節では販売量Qのみが確率変数であり，価格P，単位当り変動費V，固定費Fは定数として扱かってきた。

次に価格P，単位当り変動費V，固定費Fも又，正規分布する確率変数である場合について考察してみよう。各確率変数の期待値と標準偏差を表2に示した。

おのおのの確率変数は独立であり，相関関係は存在しないものとする。

表 2

変数	期待値	標準偏差
販売量 Q	$E(Q)=5,000$ (個)	$\sigma_Q=400$ (個)
価格 P	$E(P)=3,000$ (円)	$\sigma_P=50$ (円)
固定費 F	$E(F)=5,800,000$ (円)	$\sigma_F=100,000$ (円)
変動費 V	$E(V)=1,750$ (円)	$\sigma_V=75$ (円)

$$E(\pi)=E(Q)[E(P)-E(V)]-E(F)$$
$$=450,000(\text{円}) \tag{12}$$
$$\sigma_\pi=[\sigma_Q{}^2(\sigma_P{}^2+\sigma_V{}^2)+(E(Q))^2(\sigma_P{}^2+\sigma_V{}^2)+(E(P)$$
$$-E(V))^2\sigma_Q{}^2+\sigma_F{}^2]^{1/2}=681,500(\text{円}) \tag{13}$$

前節の場合と比べると，利益の期待値は同じであるが標準偏差は 500,000(円) から 681,500(円) に増加している。これは利益の変動性に，販売量ばかりではなく価格や原価の変動性が加えられたからである。

ここで注意を要することは，販売量 Q，価格 P，単位当り変動費 V，固定費 F が正規分布をし，互いに独立である場合に利益も又正規分布をするという仮定を設けていることである。

ある正規分布する確率変数と他の正規分布する確率変数の和も又正規分布するが，二つの正規分布する確率変数の積はある条件のもとでしか正規分布をしない。従って利益はこの条件を満たしていない限り正規分布しているとはいえない(8)。

4. 利益の正規性

正規分布をする二つの統計的に独立な確率変数が与えられたときに，どのような条件のもとでそれらの積も又正規分布をするのかという問題についてフェララ，ハヤそしてナックマン (William L. Ferrara, Jack C. Hayya and David A. Nachman) はシミュレーションを用いて検討している[9]。

X と Y が正規分布をしている時，積 XY の分布は X と Y の間の相関係数 r_{xy} と変動係数の逆数である $\rho_1=\dfrac{\mu_x}{\sigma_x}$ と $\rho_2=\dfrac{\mu_y}{\sigma_y}$ の関数となっている。

たとえば変動費については，すなわちQVにおいてρ_1とρ_2は正の大きな値をとると仮定することができる。この場合，もしρ_1とρ_2が無限大に近づくならばXYの確率密度関数は正規分布に近づいていく。ここでQV又は$Q(P-V)$が正規分布するためにはρ_1とρ_2がどの程度の大きさでなければならないかを調べる必要がある。

積XYの歪度は変数の変動係数に従属している。変動係数が大きいほど分布は歪んだものとなり正規分布とは異なってくる。

XYの正規性はρ_1, ρ_2, r_{xy}に従属しているので，$r_{xy}=0$すなわちXとYが統計的に独立である場合に，XYの度数分布が正規分布するためにはρ_1とρ_2がどの程度大きくなければならないかを決める必要がある。

二つの確率分布XとYから任意に値を取り出し積XYを求めこれをn回繰り

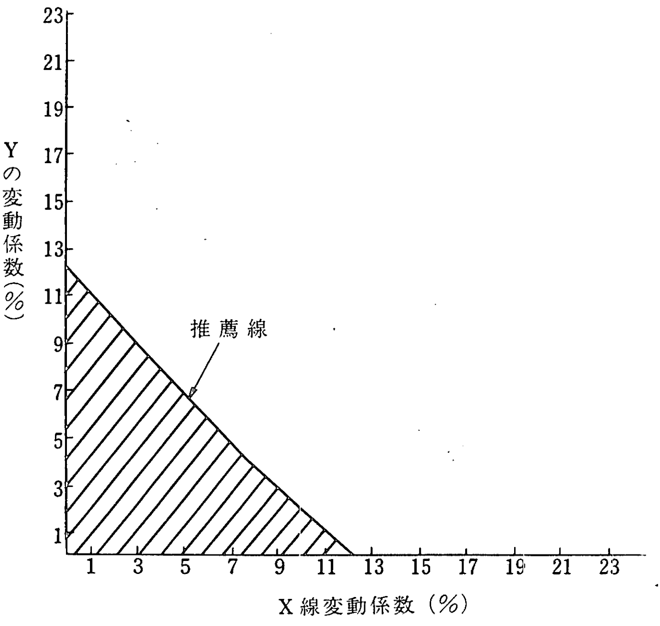


図6　XYの分布の正規性に関する推薦認容領域

（出所） Ferra, Hayya & Nachman (3)

返すことにより積XYの経験分布を得ることができる。こうして得られたXYの経験分布と正規分布との間の適合度の検定はカイ平方検定により行なわれる。XYの経験的度数分布はコンピューターシミュレーションによって求めることができる。

シミュレーションの結果，二つの統計的に独立な正規分布している確率変数の変動係数の和が12%以下であるとき，二つの変数の積に関する正規性の仮説は5%有意水準において採られることがわかった。なおより正確には変動係数が図6の斜線の部分にあるとき，正規性の仮説は採られる。この推薦線は原点に向かってわずかに凸になっていることに注意を要する。

5. 各確率変数が対数正規分布する場合

確率変数が正規分布をする不確実性に対するモデルには次のような限界がある。①厳密に言えば変動係数が小さい場合と価格Pと単位当り変動費Vが決定されている場合にのみ有効である。②確率変数間の独立性を仮定しているが，現実には販売量Q，価格P，単位当り変動費Vに相関のある場合が多い。③正規分布は$-\infty$から$+\infty$までの区間で定義されているので，負の，販売量，価格，単位当り変動費，固定費を生じせめしてしまう可能性が存在する。変動係数が大きい場合にはこの問題を無視しえない。

こうした正規分布を仮定する場合に生じる不都合は確率変数を対数正規分布すると仮定することによってなくすことができる。C.V.P. 関係においては販売量Qと貢献差益$P-V$は非負であることを仮定しているが，これらが対数正規分布をするとした場合，販売量Q，貢献差益$P-V$は正値をとる。確率変数が対数正規分布するモデルはヒリアードとライチ（Jimmy E. Hilliard and Robert A. Leitch）によって提示された[10]。

Qが対数正規分布をする時，Qの確率密度関数$f_Q(x)$は次のようになる。

σ'：$\log Q$ の標準偏差

μ'：$\log Q$ の平均

$$f_Q(x)=(1/x\sqrt{2\pi\sigma'})\exp\left[-\frac{1}{2\sigma'^2}(\log x-\mu')^2\right] \qquad (14)$$

$0<x<\infty$

Q が対数正規分布をするとき $\log Q$ は正規分布となる。

変動係数が大きいときには対数正規分布は右側に歪められる。問題としている確率変数の分布としては完全に左右対称になっているよりも歪んでいる方が自然であると考えられよう。従って対数正規分布を当てはめることは直観的にも自然なことと考えられる。

対数正規分布の性質を明らかにするために変動係数の大きい場合と小さい場合について正規分布と比較してみる。

図7と図8における正規分布と対数正規分布の平均，分散は等しい。

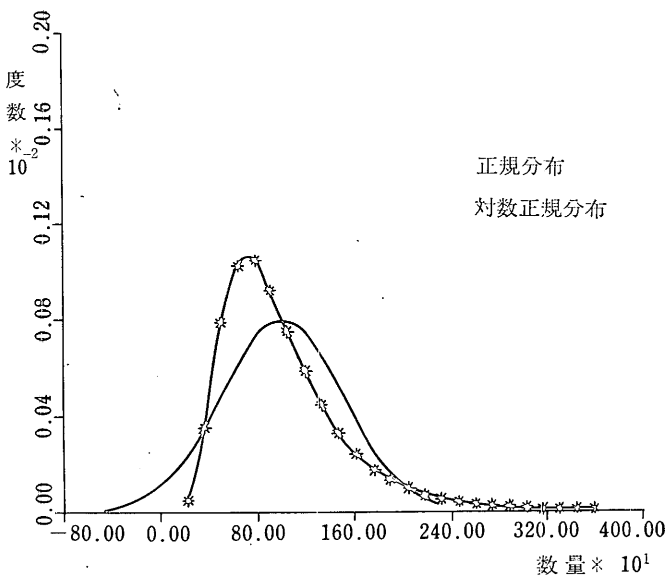


図 7

(出所) Hilliard & Leitch (10)

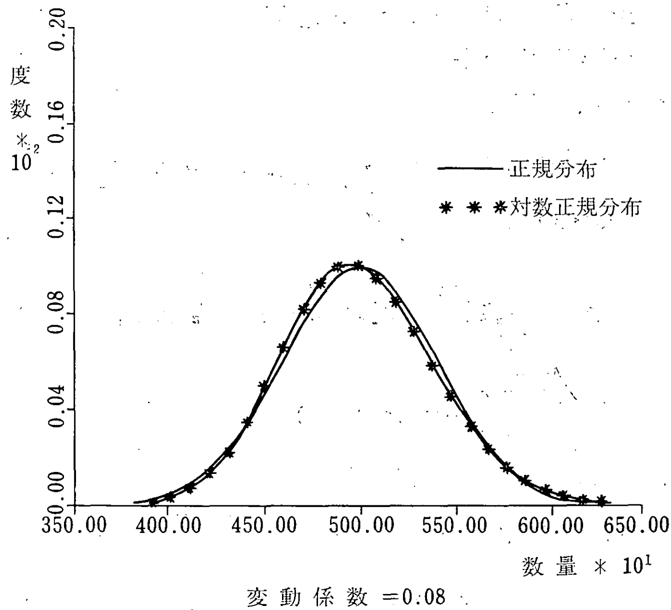


図 8

(出所) Hilliard & Leitch (10)

図7は変動係数が0.5と比較的大きい場合であり，対数正規分布と正規分布のちがいがよくわかり，対数正規分布の歪度は正規分布の負の値の発生の部分を加えたものとなっている。図8は変動係数が0.08と小さい場合の例であり，二つの分布はほとんど一致している。

対数正規分布を仮定することは変動係数の大きさにかかわらず，損益分岐点分析の前提として直観的な選択を与えることになる。又，対数正規分布の仮定は数学的厳密性と一般性を備えている。

ここで販売量Qと貢献差益$C=P-V$が対数正規分布をしていると仮定する。μ_Fは固定費である。二つの対数正規分布する確率変数の積は対数正規分布するので $\pi^*=\pi+\mu_F$ は対数正規分布となる。この場合，確率変数間の独立性を仮定する必要はない。

$$\mu^* = E[\log \pi^*] = E[\log Q + \log C] \tag{15}$$

$$\sigma^{*2} = Var[\log Q + \log C] \tag{16}$$

の時，π^*の確率密度関数は

$$f_{\pi^*}(x) = (1/x\sqrt{2\pi\sigma^*})\exp\left[-\frac{1}{2\sigma^{*2}}(\log x - \mu^*)^2\right] \tag{17}$$

$$0 < x < \infty$$

となる。

$$Pr[\pi \leqq x] = F_\pi(x) = Pr[\pi^* \leqq x + \mu_F] = F_{\pi^*}(x + \mu_F) \tag{18}$$

微分すると

$$f_\pi(x) = \frac{dF_\pi(x)}{dx} = f_{\pi^*}(x + \mu_F) \tag{19}$$

式 (17) と式 (19) から π の確率密度関数は

$$f_\pi(x) = (1/(x+\mu_F)\sqrt{2\pi\sigma^*})\exp\left[-\frac{1}{2\sigma^{*2}}\right.$$

$$\left.(\log(x+\mu_F) - \mu^*)^2\right] \quad -\mu_F < x < \infty \tag{20}$$

となる。

(1) 期待値

$\mu_C = \mu_P - \mu_V$

$\sigma_C{}^2 = \sigma_P{}^2 + \sigma_V{}^2 - 2\rho_{PV}\sigma_P\sigma_V$

但し ρ_{PV} は x と y の間の相関係数を表わす。

$$E[\log Q] = \log[\mu_Q{}^2/\sqrt{\sigma_Q{}^2 + \mu_Q{}^2}] = T_1 \tag{21}$$

$$E[\log C] = \log[\mu_C{}^2/\sqrt{\sigma_C{}^2 + \mu_C{}^2}] = T_2 \tag{22}$$

$\log Z^*$ の平均 μ_N は，

$$\mu_N = E[\log \pi^*] = T_1 + T_2 \tag{23}$$

(2) 分散と共分散

$$Var[\log Q] = \log[(\sigma_Q/\mu_Q)^2 + 1] = T_3 \tag{24}$$

$$Var[\log C] = \log[(\sigma_C/\mu_C)^2 + 1] = T_4 \tag{25}$$

$$Cov[\log Q,\ \log C]=\log[(\sigma_Q(\rho_{QP}\sigma_P-\rho_{QV}\sigma_V)/\mu_Q\mu_C+1]=T_5 \quad (26)$$

$\log \pi^*$ の分散 $\sigma_N{}^2$ は

$$\sigma_N{}^2=Var[\log \pi^*]=Var[\log Q+\log C]=T_3+T_4+2T_5 \quad (27)$$

(3) 許容区間

標準正規分布 $N(0,1)$ において母集団の $\alpha\%$ が下側限界 L_α と上側限界 U_α の間に入るとする。

$$Pr[L_\alpha<(\log(\pi+\mu_F)-\mu_N)/\sigma_N<U_\alpha]=\alpha \quad (28)$$

従って

$$Pr[-\mu_F+\exp(\sigma_N L_\alpha+\mu_N)<\pi<-\mu_F+\exp(\sigma_N U_\alpha+\mu_N)]=\alpha \quad (29)$$

利益の $\alpha\%$ 下側限界および上側限界は,

$-\mu_F+\exp(\sigma_N L_\alpha+\mu_N)$ と $-\mu_F+\exp(\sigma_N U_\alpha+\mu_N)$

である。

(4) 利益水準

ある利益水準 A を越える確率は,

$$Pr[\pi>A]=1-P_r[\pi\leqq A] \quad (30)$$

$$Pr[\pi\leqq A]=Pr[(\log(\pi+\mu_F)-\mu_N)/\sigma_N\leqq(\log(A+\mu_F)-\mu_N)/\sigma_N]=\Phi[(\log(A+\mu_F)-\mu_N)/\sigma_N] \quad (31)$$

従って

$$Pr[\pi>A]=1-\Phi[(\log(A+\mu_F)-\mu_N)/\sigma_N] \quad (32)$$

Φ は標準正規分布の累積分布関数である。

$A=0$ とすると損益分岐点を越える確率が求まる。

確率変数が独立であるとき，利益の期待値は,

$$E(\pi)=\mu_Q[\mu_P-\mu_V]-\mu_F \quad (33)$$

となる。

これは確率変数に正規分布を仮定した場合も対数正規分布を仮定した場合も同様である。

確率変数が独立でない時，対数正規分布を仮定した場合の利益の期待値は次のようになる。

$$E(\pi)=\mu_Q[\mu_P-\mu_V]-\mu_F+\rho_{QC}\sigma_Q\sigma_C$$
$$=\mu_Q[\mu_P-\mu_V]-\mu_F+\sigma_Q[\rho_{QP}\sigma_P-\rho_{QV}\sigma_V] \qquad (34)$$

式 (33) と式 (34) を比べると，Q, P と Q, V がそれぞれ独立である時，すなわち $\rho_{QP}=\rho_{QV}=0$ である時，両式は一致する。

σ_P/σ_V の値と ρ_{QV}/ρ_{QP} の値が近づくとき，利益の期待値に対する販売量の標準偏差 σ_Q の影響を無視してよくなる。

$\rho_{QP}\sigma_P-\rho_{QV}\sigma_V<0$ である時，販売量の標準偏差 σ_Q が増加するにつれて利益の期待値は減少してくる。

逆に $\rho_{QP}\sigma_P-\rho_{QV}\sigma_V>0$ である時，販売量の標準偏差 σ_Q が増加するにつれて利益の期待値も増加する。

需要供給の法則や規模の経済から ρ_{QP} と ρ_{QV} は多くの場合負となると考えられる。

6.　正規モデルと対数正規モデルの比較

前節で述べた理論の数値例をあげてみよう。

表 3 に $\sigma_Q=400$（個）$\sigma_P=50$（円）$\sigma_V=75$（円）の時の利益の期待値とある利益水準 A 以下の利益を得る確率 $Pr[\pi\leqq A]$ の一覧を示した。正規モデルの場合の結果もあわせて示してある。この表からたとえば次のことがわかる。①最も高い期待利益 465,000円は $\rho_{QP}=0.0$, $\rho_{QV}=-0.5$ の場合に得られる。②正規モデルと相関 0 の対数正規モデルの期待利益は，450,000円である。③最も低い期待利益 435,000円は $\rho_{QP}=-0.9$, $\rho_{QV}=-0.1$ の時に得られる。④利益が 0 以下になる確率は，正規モデルの場合 $Pr[\pi\leqq 0]=0.251$，相関のない対数正規モデルの

表 3　期待値と z 値と $Pr[\pi \leqq A]$

$\mu_Q=5,000$　$\mu_P=¥3,000$　$\mu_V=¥1,750$　$\mu_F=¥5,800,000$
$\sigma_Q=400$,　$\sigma_P=¥50$,　$\sigma_V=¥75$

相関			$E(\pi)$	利益 (×1,000)			
ρ_{QP}	ρ_{QV}	ρ_{PV}	$(X1,000)$	−300	0	250	600
0	−.1	0	453	(.138) −1.09	(.268) −.62	(.405) −.24	(.603) .26
−.5	−.1	0	443	(.104) −1.26	(.239) −.71	(.390) −.28	(.622) .31
−.9	−.1	0	435	(.069) −1.48	(.201) −.84	(.371) −.33	(.641) .36
0	−.5	0	465	(.171) −.95	(.295) −.54	(.417) −.21	(.591) .23
−.5	−.5	0	455	(.145) −1.06	(.274) −.66	(.409) −.23	(.603) .26
−.9	−.5	0	447	(.117) −1.19	(.251) −.67	(.397) −.26	(.614) .29
0	−.5	.2	465	(.161) −.99	(.288) −.56	(.413) −.22	(.591) .23
−.5	−.5	.2	455	(.134) −1.11	(.264) −.63	(.401) −.25	(.603) .26
−.9	−.5	.2	447	(.106) −1.25	(.239) −.71	(.390) −.28	(.618) .30
0	0	0	450	(.129) −1.13	(.261) −.64	(.401) −.25	(.606) .27
正規モデル 0	0	0	450	(.134) −1.11	(.251) −.67	(.382) −.30	(.587) .22

場合 $Pr[\pi \leqq 0]=0.261$, $\rho_{QP}=-0.9$, $\rho_{QV}=-0.1$, $\rho_{PV}=0$ の場合 $Pr[\pi \leqq 0]=0.201$ となる。

表 4 は $\alpha=0.950$ および $\alpha=0.600$ の場合の利益の許容限界を示している。

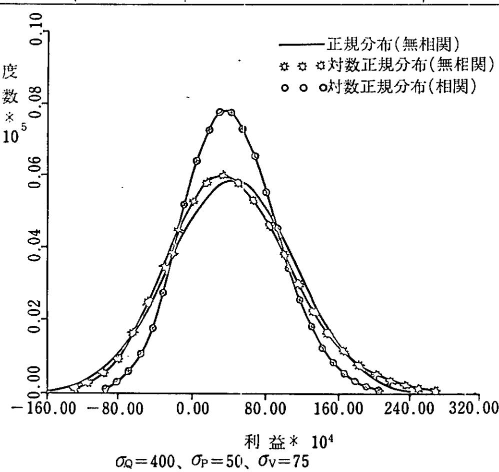
この表からたとえば $\alpha=0.950$ の場合正規モデルでは利益の下側限界 $L_\alpha=-871,000$（円）であり，上側限界 $U_\alpha=1,771,000$（円）であることがわかる。又，相関 0 の対数正規モデルでは $L_\alpha=-767,000$（円）$U_\alpha=1,872,000$（円）となる。$\rho_{QP}=-0.9$, $\rho_{QV}=-0.1$, $\rho_{PV}=0.0$ の時は，$L_\alpha=-511,000$（円）$U_\alpha=1,500,000$（円）である。

表4　利益の期待値と許容限界

$\mu_Q=5,000$　$\mu_P=¥3,000$　$\mu_V=¥1,750$　$\mu_F=¥5,800,000$

$\sigma_Q=400$　$\sigma_P=¥50$　$\sigma_V=¥75$

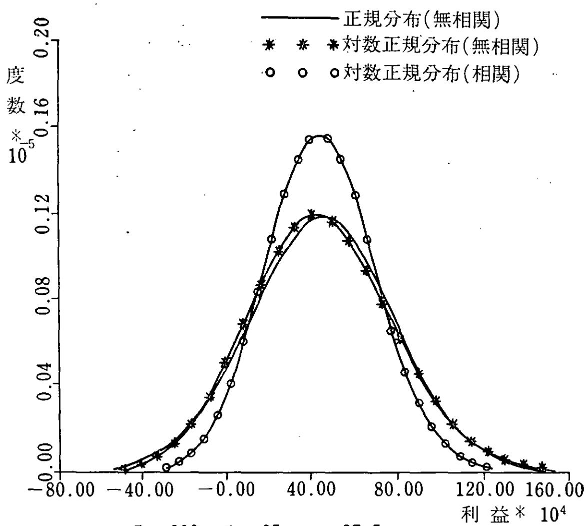
相関			$E(\pi)$	$Pr[L_\alpha<\pi<U_\alpha]=\alpha$			
				$\alpha=0.950$		$\alpha=0.0600$	
				下側	上側	下側	上側
ρ_{QP}	ρ_{QV}	ρ_{PV}	×1,000	×1,000		×1,000	
0	−.1	0	453	−964	2184	−144	1026
−.5	−.1	0	443	−657	1709	−70	939
−.9	−.1	0	435	−511	1500	−1	852
0	−.5	0	465	−964	2184	−219	1119
−.5	−.5	0	355	−837	1981	−157	1043
−.9	−.5	0	447	−722	1804	−101	975
0	−.5	.2	465	−925	2129	−199	1100
−.5	−.5	.2	455	−794	1920	−134	1022
−.9	−.5	.2	447	−672	1737	−75	952
0	0	0	450	−767	1872	−123	1001
正規モデル 0	0	0	450	−871	1771	−116	1016



$\sigma_Q=400$、$\sigma_P=50$、$\sigma_V=75$

$\rho_{QP}=-0.9$、$\rho_{QV}=-0.1$、$\rho_{PV}=0.0$

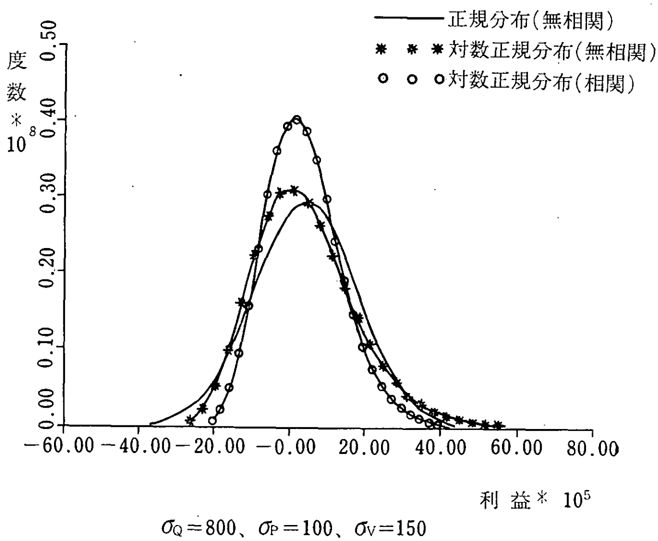
図9　（出所） Hilliard & Leith (10)



$\sigma_Q=200$、$\sigma_P=25$、$\sigma_V=37.5$

$\rho_{QP}=-0.9$、$\rho_{QV}=-0.1$、$\rho_{PV}=0.0$

図 10 (出所) Hilliard & Leitch (10)



$\sigma_Q=800$、$\sigma_P=100$、$\sigma_V=150$

$\rho_{QP}=-0.9$、$\rho_{QV}=-0.1$、$\rho_{PV}=0.0$

図 11 (出所) Hilliard & Leitch (10)

図9に $\sigma_Q=400$（個）$\sigma_P=50$（円）$\sigma_V=75$（円）の時の利益の分布，すなわち正規分布，相関のない対数正規分布，相関のある（$\rho_{QP}=-0.9$，$\rho_{QV}=-0.1$，$\rho_{PV}=0.0$）対数正規分布の一覧表示をした。同様にして図10は $\sigma_Q=200$（個）$\sigma_P=25$（円）$\sigma_V=37.5$（円）の場合であり，図11は $\sigma_Q=800$（個）$\sigma_P=100$（円）$\sigma_V=150$（円）の場合である。図11の標準偏差は図9の標準偏差の2倍，図10の4倍となっている。

各分布の相違は図11に一番よく表われており，対数正規分布の歪度や分布間のすその違いが分かる。各図を通してみて正規分布と対数正規分布の下側のすそを比べると正規分布の方の度数が大きいことがわかる。これは，正規モデルの方が極端な損失が生じる可能性が高いことを示しておりより悲観的であるということができる。

7. 結　び

損益分岐点分析は利益管理における意思決定を行なう際の有用な方法として認められている。意思決定は常に不確実性をともなったものであるから損益分岐点分析を確率的モデルに拡張することは自然な試みであるといえよう。本稿で論じた確率的モデルは正規モデルと対数正規モデルである。正規モデルにはいくつかの限界があり，対数正規モデルの方が数学的厳密性と一般性を備えているということができるであろう。特に確率変数に相関のある場合の分析が可能であるという点は，相関の正確な見積りに困難性はあるとしても評価し得る点である。

しかし不確実性下の分析を行なう際に注意しなければならない点は，販売量 Q，価格 P，単位当り変動費 V，固定費 F といった確率変数の確率分布を形式的に仮定するのではなく，適用するケースの個別的事情を考慮して行なわなければならないという点である。過去の資料や情報から得られる経験分布や，あるいは歴史的資料や情報を用いることが不可能な場合には主観的確率を用いるとしても，それらに最も適合した理論分布を用いるのでなければ，それから得られる結果はあまり意味のあるものとはならないであろう。経験分布と理論分布の一致に関する

厳密な分析は適合度の検定によってなされる。対数正規分布は歪みを持っているので，非常によく適合する場合としない場合の差が正規分布を仮定する場合よりも大きくなるであろう。従って正規モデルを使用した方が良いか対数正規モデルを使用した方が良いかという選択も個々のケースの緻密な分析により決まってくるものであるといえよう。

注

(1) 吉川武男稿「不確実性上の損益分岐点分析——多品種製品を中心として——」「税経通信」第29巻第15号 昭和49年12月 p. 34.

(2) Robert K. Jaedicke and Alexander A. Robichek, "Cost-Volume-Profit analysis under conditions of Uncertainty", The Accounting Review, Oct. 1964.

(3) Jimmy E. Hilliard and Robert A. Leitch, "Cost-Volume-Profit Analysis under Uncertainty: A Log Normal approach", The Accounting Review, January 1975.

(4) 佐藤精一稿「不完全情報と損益情報と損益分岐点分析——ヂュディキィ＝ロビチェク稿「不確実性下の損益分岐点分析」の吟味——」「会計」第93巻第１号 昭和43年1月

(5) 佐藤精一 "Ibid" p. 19～p. 20.

(6) R.K. Jaedicke and A.A. Robichek "Ibid".

(7) George W. Snedecor and William G. Cochran, "Statistical Methods, 6th edition" 1967 畑村・奥野・津村共訳「統計的方法」 p. 34～p. 35, p. 506.

(8) William L. Ferrara, Jack C. Hayya and David A. Nachman, "Normalcy of Profit in the Jaedicke—Robichek Model", The Accounting Review, April 1972, p. 299.

(9) W.L. Ferrara, J.C. Haya and D.A. Nachman "Ibid" p. 299～p. 307

(10) Jimmy E. Hilliard and Robert A. Leitch, "Ibid" p. 69～p. 80